

Les Cahiers de la Chaire / N°55

Stratégie optimale de stockage de déchets radioactifs à vie longue sous contrainte de capacité

Bertrand Villeneuve



CHAIRE

Finance & Développement Durable

Stratégie optimale de stockage de déchets radioactifs à vie longue sous contrainte de capacité*

Bertrand Villeneuve
Université Paris-Dauphine
bertrand.villeneuve@dauphine.fr

30 novembre 2012

Résumé

L'article modélise un programme de gestion de déchets nucléaires à haute activité. La physique du refroidissement permet d'entreposer un certain temps un colis chaud afin d'économiser le volume de stockage définitif : en effet, les colis plus froids peuvent être davantage serrés. La durée optimale théorique d'entreposage sans contrainte est caractérisée. Les diverses contraintes (contrainte sur la capacité de stockage, contrainte sur la durée d'entreposage, contrainte sur la capacité d'entreposage) sont envisagées. Elles conduisent à des traitements très différenciés selon les millésimes.

Optimal high-activity nuclear waste management under capacity constraints

Abstract

We model a high-activity nuclear waste management program. After some time past in storage, the radioactivity may have diminished enough to allow final disposal of waste at minimal (costly) volume. We calculate the optimal duration of storage before disposal should be implemented. Various constraints (on underground disposal site capacity, on storage duration, on ground storage site capacity) are explored. They all lead to very different treatments of different vintages in ways that we discuss.

*Je remercie Jean-Louis Giroto, Céline Grislain-Letrémy, Philippe Mongin, ainsi que les participants au colloque « Le risque nucléaire et la décision publique », Ecole Normale Supérieure, Paris, 14-16 novembre 2011, pour les remarques et suggestions qu'ils m'ont faites.

1 Introduction

Ce texte examine la stratégie optimale de stockage des déchets nucléaires à vie longue (VL) de haute ou moyenne activité (soit respectivement les HA-VL et MA-VL, cf. ANDRA). La contrainte principale envisagée vient de ce que les volumes disponibles pour le stockage profond définitif sont coûteux techniquement et politiquement, et toute possibilité de réduire les besoins doit être analysée en détail. Le volume occupé par les déchets est d'autant plus faible qu'ils sont plus froids. Le procédé le plus simple consiste à laisser refroidir les déchets pendant une période dite d'entreposage en surface ou subsurface, ce qui permet ensuite de concentrer davantage les colis stockés. L'optimum est la minimisation du coût actualisé sous les contraintes physiques. La date optimale de mise en stockage résulte d'un arbitrage entre les coûts récurrents de l'entreposage et les économies sur les besoins volumiques *in fine*.

La notion de coût du stockage nécessite un choix de modélisation. La décomposition synthétique en coût fixe et coût variable, et non simplement en coût moyen, est un bon départ pour le calcul économique. Cependant, la difficulté d'établir ou d'étendre des sites suffit à justifier que chaque unité de volume disponible est plus précieuse que le coût technique ne le suggère. Autrement dit, il n'est pas vrai que tout volume utilisé de manière irréversible pourra être retrouvé ailleurs au coût technique, même décomposé finement. La sévérité de cette contrainte de rareté n'est pas une donnée, mais il est possible d'envisager divers scénarios pour l'analyse. Mon approche, en insistant sur les coûts économiques mais aussi la thermique des déchets, se distingue de la littérature sur l'incertitude et la valeur de l'attente (Gollier et Devezeaux de Lavergne, 2001 ; Loubergé et al., 2002 ; Ionescu et Spaeter, 2011). Les deux points de vue sont complémentaires.

Giroto et Villeneuve (2004) établissaient numériquement quelques résultats sur l'arbitrage entreposage-stockage. Cet article propose un petit modèle dont l'enseignement est principalement qualitatif et qui présente les mécanismes en œuvre. Il montre que des situations assez simples n'admettent pas nécessairement des solutions simples. En particulier, le traitement identique de colis de divers millésimes est rarement optimal, ce qui exclut qu'une durée fixe d'entreposage soit la meilleure. Il est même possible qu'il y ait des ruptures dans la stratégie employée, le programme prévoyant un changement radical de méthode au-delà d'une certaine millésime.

La section 2 présente le modèle. La section 3 montre l'optimum économique sans contrainte de capacité globale sur le volume stocké. La section 4 constitue le message essentiel de l'article en montrant comment une contrainte globale sur la capacité de stockage affecte la stratégie d'entreposage : l'entreposage est globalement allongé, mais de manière très différenciée selon les millésimes des

déchets. Enfin la section 5 montre l'impact sur l'optimum de contraintes sur l'entreposage (durée et capacité maximales).

2 Le modèle

2.1 Unités, taux

Le temps est continu, l'unité de temps est l'année. Le taux d'actualisation instantané est r : la décote pour une petite période dt vaut $r dt$ par unité monétaire, autrement dit le facteur d'actualisation d'un flux monétaire éloigné de t unités de temps est e^{-rt} .

Tout colis suit la séquence suivante : un entreposage dont la durée est une variable de décision suivi d'une mise en stockage définitif (dit simplement *stockage* dans la suite). Les paramètres de coût sont exprimés par m^3 (stockage), et par m^3 et par an (entreposage).

2.2 Coûts actualisés

Entreposage.

Coût de mise en place : c_E^0 [€ · m^{-3}]

Coût de maintien en entrepôt par unité de temps : c_E [€ · m^{-3} · an $^{-1}$]

Le coût total actualisé $E(T)$ de maintien dans l'entrepôt entre les dates 0 et T est donc

$$E(T) := c_E^0 + \int_0^T c_E e^{-rt} dt, \quad (1)$$

soit

$$E(T) = c_E^0 + \frac{c_E}{r} (1 - e^{-rT}) \quad \text{si } r > 0, \quad (2)$$

$$E(T) = c_E^0 + c_E T \quad \text{si } r = 0. \quad (3)$$

Stockage.

Coût par unité de volume du stockage : c_S [€ · m^{-3}]

c_S pourrait incorporer aussi des coûts récurrents qui seraient intégralement actualisés. Dans ce cas, c_S serait aussi une fonction de r . Cet effet est négligé dans la suite.

Refroidissement. Avec le temps, un volume entreposé nécessite moins d'espace de stockage. Le phénomène est progressif et limité. Le facteur de réduction de volume peut être modélisé par

$$\rho(T) = 1 - a(1 - e^{-\alpha T}), \quad (4)$$

où $\rho(0) = 1$, et $\rho(+\infty) = 1 - a$ (les bénéfices à attendre de l'entreposage sont limités si $a < 1$). Le paramètre α donne la vitesse de refroidissement au sens de réduction en besoin volumique.¹

Le coût de stockage d'une unité refroidie pendant T unités de temps, exprimé en Euros à la date T est donc $c_S \cdot \rho(T)$.

2.3 Extensions possibles

Mélange. La modélisation du refroidissement pourrait mieux représenter les mélanges de matières radioactives, résultats des fissions, auquel cas on peut utiliser un mélange d'exponentielles. Par exemple

$$\rho(T) = \sum_{i=0}^N a_i e^{-\alpha_i T} \quad (5)$$

où $\sum_{i=0}^N a_i = 1$ et $\alpha_i \geq 0$. À long terme, le refroidissement ne dépend que du α_i le plus petit, par exemple $\alpha_0 = 0$.

Déclassement de HA à MA. Les déchets HA peuvent être déclassés MA à partir d'un certain refroidissement, autorisant un autre type de stockage beaucoup moins coûteux. Intuitivement, cette possibilité peut augmenter la durée d'entreposage si elle permet d'esquiver le classement HA à terme. C'est un effet « option » déterministe dans le sens où l'attente a un rendement lié à ce déclassement. Elle peut aussi diminuer la durée d'entreposage si la possibilité de déclassement apparaît suffisamment vite. Les grandeurs numériques sont déterminantes pour trancher.

3 Stratégie optimale non contrainte de stockage

Supposons tout d'abord qu'aucune contrainte de capacité ne soit active : il est possible d'entreposer et de stocker aussi longtemps, et autant, que voulu. Si on appelle « stratégie T » la mise en entrepôt pendant T unités de temps, suivie de stockage perpétuel, on notera $C(T)$ le coût de la stratégie T à la date de prise en charge des déchets

$$C(T) := E(T) + c_S \cdot \rho(T) \cdot e^{-rT}. \quad (6)$$

Remarquer l'actualisation du coût de stockage.

Exemple. Le graphique montre l'évolution du coût pour $r = 5\%$ [an^{-1}], $a = 95\%$, $\alpha = 10\%$ [an^{-1}], $c_S = 1$ [Normalisation], $c_E = 0.05$.

1. Pour mémoire : $\rho'(T) = -a\alpha e^{-\alpha T}$ et $\rho''(T) = a\alpha^2 e^{-\alpha T}$.

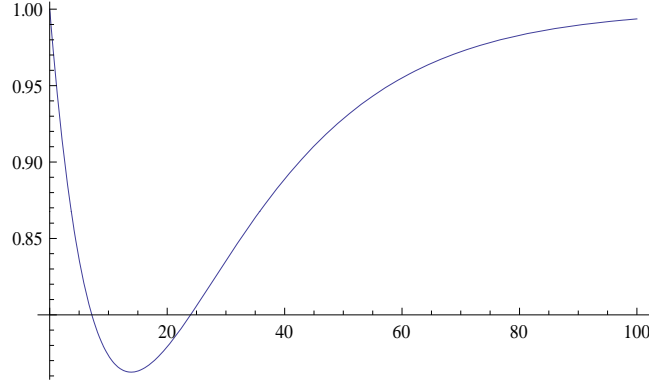


FIGURE 1 – Coût en fonction du temps d’entreposage en années

Proposition 1. *En l’absence de contrainte, la durée optimale d’entreposage est*

$$T^* = \frac{1}{\alpha} \ln \left[\frac{a(r + \alpha)c_S}{c_E - (1 - a)rc_S} \right]. \quad (7)$$

Démonstration. Remarquer que le coût n’est pas convexe ($C''(T)$ n’est pas toujours positif), mais quasi-convexe ($C(T)$ est décroissant puis croissant). La durée optimale d’entreposage est donc unique. Cherchons l’optimum T^* en résolvant la condition du premier ordre

$$c_E e^{-rT} - (1 - a)rc_S e^{-rT} - a(r + \alpha)c_S e^{-(r+\alpha)T} = 0, \quad (8)$$

d’où le résultat en multipliant par e^{rT} et en inversant. \square

Remarque 1. c_E^0 n’intervient pas car si les seules stratégies envisagées supposent une mise en entreposage pendant un certain temps, c_E^0 étant donc payé dans tous les scénarios. Mathématiquement, le scénario de *stockage immédiat* est optimal si et seulement si

$$c_E^0 \geq c_S. \quad (9)$$

Remarque 2. La condition pour que T^* soit *positif* est

$$\begin{cases} c_E^0 < c_S, \\ c_E - (1 - a)rc_S < a(r + \alpha)c_S, \end{cases} \quad (10)$$

soit, pour la deuxième condition,

$$c_E < (r + a\alpha)c_S. \quad (11)$$

Cette condition implique tout simplement un coût pas trop élevé de l’entreposage par rapport à celui du stockage. Quand les bénéfices de l’attente sont plus petits (le refroidissement est moins rapide ou conduit à un plus grand volume

in fine), la condition est moins favorable à un entreposage. Cela correspond à α et a plus petits.

Remarque 3. La condition pour que T^* soit *fini* est

$$\begin{cases} c_E^0 < c_S, \\ c_E - (1-a)rc_S > 0, \end{cases} \quad (12)$$

soit, pour la deuxième condition,

$$\frac{c_E}{r} > (1-a)c_S. \quad (13)$$

$\frac{c_E}{r}$ mérite une interprétation détaillée. C'est le coût « perpétuel » de l'entreposage, ou encore (rappelons cette propriété de l'actualisation) le capital immobilisé de façon permanente qui garantisse, par son revenu financier, le paiement des frais d'entreposage. $(1-a)c_S$ est la limite inférieure du coût de stockage. Si la condition n'était pas satisfaite, le capital mobilisé à un quelconque moment du temps pour l'entreposage serait plus faible que le capital nécessaire pour une mise en stock, et le bon choix économique serait l'entreposage indéfini. L'optimalité de la mise en stockage (à un terme quelconque $0 < T < +\infty$) justifie donc la relation (13).

Le figure 2 positionne les différents cas possibles décrits dans les remarques.

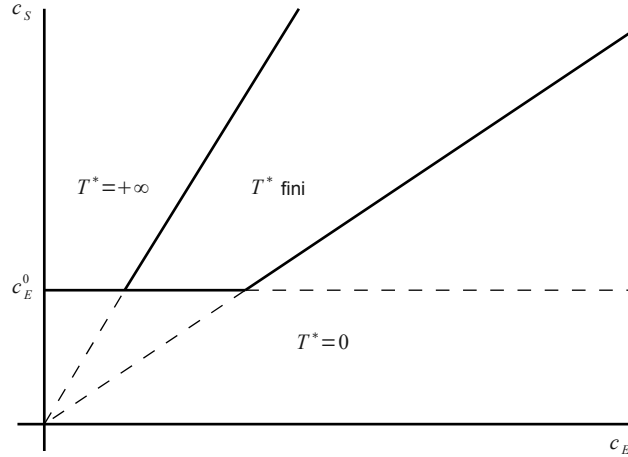


FIGURE 2 – Diagramme des phases pour la durée d'entreposage optimale (c_E, c_S) . c_E^0 est une constante dans ce graphique.

Statique comparative. La statique comparative est évidente et raisonnable

$$\frac{\partial T^*}{\partial \alpha} < 0 ; \quad \frac{\partial T^*}{\partial c_E} < 0 ; \quad \frac{\partial T^*}{\partial c_S} > 0 ; \quad \frac{\partial T^*}{\partial r} > 0. \quad (14)$$

Plus le refroidissement est rapide, moins il est nécessaire d’attendre, et les effets des coûts sont évidents (un entreposage plus cher le raccourcit, un stockage plus cher le diffère).

Pour le taux d’actualisation, le raisonnement est moins intuitif, puisqu’augmenter r diminue à la fois le coût de l’entreposage et le coût du stockage. Le premier effet domine l’autre, comme le montre un raisonnement à la marge : supposons en effet que nous soyons arrivés au moment de la mise en stock optimal pour un r donné ; si r augmente, cela ne change pas le coût du stockage immédiat mais cela baisse celui de la poursuite de l’entreposage. En conséquence, la durée d’entreposage augmente avec r .

4 La contrainte de capacité de stockage

Dans l’analyse précédente, chaque unité de déchets est vue indépendamment des autres. La place prise par un colis ne limite pas les possibilités de stockage futur. J’analyse maintenant la nature et le rôle d’une contrainte de capacité globale.

Dans cette section, le refroidissement par entreposage est la seule solution permettant de faire tenir les déchets dans le site de stockage (pas de retraitement supplémentaire). L’entreposage de quelques colis au moins, et pendant une certaine durée, est donc indispensable et ce, quel qu’en soit le coût. Il est donc intéressant d’optimiser l’entreposage par une stratégie élaborée, dépendant *a priori* du millésime du déchet. Aucune contrainte sur l’entreposage n’est envisagée à ce stade.

4.1 Hypothèses et notations

Les hypothèses et notations sont les suivantes :

1. Le flux de production de déchets est exogène (on ne cherchera pas à optimiser la production de déchets). On note $\phi(t)$ [en $m^3 \cdot \text{an}^{-1}$] avec $t \in [0, D]$ le flux de déchets nouveaux à entreposer à la date t . D est le millésime de fin de production des déchets.

On représente ainsi tout ou partie des flux de déchets d’une zone géographique arbitraire.

2. Il existe une capacité de stockage K allouée exclusivement au flux ci-dessus.
3. La stratégie optimale libre T^* n’est pas tenable, c’est-à-dire

$$\rho(T^*) \cdot \int_0^D \phi(t) dt > K. \quad (15)$$

4. Il existe au moins une stratégie de stockage permettant de respecter la contrainte

$$(1 - a) \int_0^D \phi(t) dt < K. \quad (16)$$

Tous les autres paramètres et choix de modélisation sont identiques à ceux de la section précédente.

4.2 L'optimum contraint

Cherchons la meilleure *stratégie* \mathbb{T} assignant une durée d'entreposage $T(t)$ au millésime t . Pour cela, exprimons le coût total actualisé (CTA) d'une stratégie quelconque par la fonctionnelle

$$\text{CTA}(\mathbb{T}) := \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} dt. \quad (17)$$

Une stratégie n'est évidemment réalisable que si la mise en stockage est compatible avec la capacité, soit

$$\int_0^D \phi(t) \cdot \rho(T(t)) dt \leq K. \quad (18)$$

Le programme, résolu par le calcul des variations, est donc une minimisation de (17) sous la contrainte (18).

Proposition 2.

1. $T(t) > T^*, \forall t$: l'entreposage est plus long pour chaque millésime qu'il ne serait en l'absence de contrainte.
2. $T(\cdot)$ est croissante.

Démonstration. 1. Le lagrangien du programme est

$$\mathcal{L} := \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} dt + \lambda \int_0^D \phi(t) \cdot \rho(T(t)) dt - \lambda K, \quad (19)$$

où λ est le multiplicateur de Lagrange de la contrainte. Pour toute solution intérieure $T(t) < +\infty$, la condition du premier ordre est

$$\phi(t) \cdot \{C'(T(t)) \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot \rho'(T(t))\} = 0, \quad (20)$$

où $T(t)$ est le réel à déterminer, soit

$$\frac{C'(T(t))}{\rho'(T(t))} = -\lambda e^{rt}. \quad (21)$$

L'équation (21) dit en particulier que $T(t)$ est nécessairement dans une partie croissante du coût ($C'(T(t)) > 0$). Les solutions non intérieures sont $T(t) = +\infty$. En résumé $T(t) > T^*, \forall t$.

2. Supposons, en effet, qu'il existe un millésime t_1 et un millésime t_2 tels que $t_1 < t_2$ et $T(t_1) > T(t_2)$. On a alors $C(T(t_1)) > C(T(t_2))$. Notons $\phi = \min\{\phi(t_1), \phi(t_2)\}$. Appliquons la durée $T(t_2)$ à une quantité ϕ issue du millésime t_1 et, en compensation, appliquons la durée $T(t_1)$ à une quantité ϕ issue du millésime t_2 . Le reste est inchangé. La contrainte technique de stockage reste satisfaite. En revanche, le CPA est réduit puisque les coûts les plus élevés sont maintenant davantage dépréciés par le facteur d'actualisation. \square

Remarquons que si la contrainte de capacité n'est pas liante, autrement dit si les capacités de stockage sont larges, on retrouve alors la même durée d'entreposage que dans le cas non contraint et l'entreposage optimal est le même pour chaque millésime de déchets. Ce cas trivial est exclu par la condition (15).

Si $r = 0$ (pas d'escompte), chaque millésime de déchets est entreposé pendant la même durée (t cesse d'être un paramètre de l'équation 21). Cette durée diffère de l'optimum non contraint T^* , et lui est strictement supérieure.

$T(\cdot)$ est continue ou discontinue. La dépendance aux paramètres de cette dichotomie est très simple.

Proposition 3 (Continuité).

1. Si $\alpha > r$, alors la solution optimale est croissante et continue pour tout K .
2. Si $\alpha < r$, alors la solution optimale a un millésime de discontinuité lorsque K est assez petit, et elle implique un entreposage indéfini des déchets à partir de ce millésime.

Démonstration. Avec la spécification choisie, (21) peut être écrite

$$c_E e^{(\alpha-r)T(t)} - (1-a)r c_S e^{(\alpha-r)T(t)} - a(r+\alpha)c_S e^{-rT(t)} = a\alpha\lambda e^{rt}. \quad (22)$$

Dérivons le terme gauche de (22)

$$(\alpha-r)(c_E - (1-a)r c_S) e^{(\alpha-r)T(t)} + ra(r+\alpha)c_S e^{-rT(t)}. \quad (23)$$

1. Si $\alpha > r$, (23) ne s'annule jamais dans \mathbb{R}_+ , ce qui implique que la condition du premier ordre admet une et une seule solution pour chaque t . La continuité en découle.

2. Si $\alpha < r$, et si t est assez grand, il apparaît que le membre de gauche admet un maximum, autrement dit la condition du premier ordre n'a plus de solution intérieure si λ , ou t , est trop grand. Une solution au bord ($T = +\infty$) est l'optimum pour les millésimes concernés, c'est-à-dire à partir d'une certaine date.

Par ailleurs, un mélange de deux exponentielles du type $A \exp[\alpha t] + B \exp[\beta t]$ (où A, B, α , et β sont des réels quelconques) a au plus deux racines. Il existe

donc au plus une date charnière t_C telle que

$$\begin{cases} \text{Si } t < t_C, \text{ alors } T(t) \text{ est croissante et continue;} \\ \text{Si } t > t_C, \text{ alors } T(t) = +\infty. \end{cases}$$

□

Si le refroidissement est plus rapide que l'escompte du futur, alors il ne sera pas nécessaire de s'écarter trop de la solution non contrainte, et tous les millésimes connaîtrons un entreposage raisonnable, pas trop différencié. C'est l'effet physique mesuré par α qui domine l'effet économique mesuré par r .

En revanche, si le refroidissement est lent, les derniers millésimes seront pratiquement négligés, puis obligés d'atteindre le refroidissement maximal pour pouvoir entrer dans le site tout en respectant la contrainte de capacité. Ce type de solution est paradoxal puisqu'on conserve un entreposage infini, mais la contrainte physique est respectée, car tout entre en stockage, à la limite. Remarquons toutefois que si la discontinuité apparaît à partir du millésime $t_C > D$, alors en pratique la discontinuité n'a pas d'effet car les flux courants et futurs sont nuls à partir du millésime D .

Cas particulier : $\alpha = r$. Dans ce cas,

$$T(t) = \frac{1}{r} \ln \left[\frac{2arcs}{c_E - (1-a)rc_S - ar\lambda e^{rt}} \right] \quad (24)$$

Il apparaît clairement que $T(\cdot)$ est croissante. Par ailleurs, $T(\cdot)$ devient infini (entreposage définitif sans mise en stockage) pour les millésimes de déchets

$$t \geq \frac{1}{r} \ln \left[\frac{c_E - (1-a)rc_S}{ar\lambda} \right]. \quad (25)$$

Ce résultat n'est pas illogique, mais doit surtout être bien compris. Tout d'abord il se peut (et c'est à vérifier selon le cas) que

$$\frac{1}{r} \ln \left[\frac{c_E - (1-a)rc_S}{ar\lambda} \right] > D, \quad (26)$$

auquel cas tous les déchets sont stockés *in fine*.

4.3 La capacité optimale de stockage

L'analyse précédente suppose une capacité donnée. La possibilité d'atteindre ou d'étendre cette capacité peut être modélisée par un coût $I(K)$ représentant l'investissement nécessaire à la mise en place d'une capacité K . Pour simplifier, $I(\cdot)$ est un coût actualisé à la date 0 d'une possibilité d'investissement unique (K doit être choisi et payé une fois pour toute). Cette restriction permet d'esquiver la question de la programmation dans le temps

de l'investissement (nombre de sites, capacités des sites), qui est abordée dans la sous-section suivante.

Le programme combine donc la recherche d'une stratégie de stockage et d'un choix de capacité. Le programme à résoudre est donc

$$\begin{cases} \min_{\{K, \mathbb{T}\}} \text{CTA}(\mathbb{T}) + I(K) = \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} dt + I(K) \\ \text{sous la contrainte } \int_0^D \phi(t) \cdot \rho(T(t)) dt \leq K. \end{cases} \quad (27)$$

Cette formulation permet de proposer une interprétation classique du multiplicateur de Lagrange λ .

Soit $\text{CTA}^*(K)$ le coût minimal permis par une gestion optimale pour une capacité arbitraire (optimale ou non) K . Le théorème de l'enveloppe dit que

$$\frac{\partial \text{CTA}^*}{\partial K} = -\lambda. \quad (28)$$

Si l'adjonction d'une unité supplémentaire de capacité de stockage n'est pas plus chère que λ , alors cet investissement est économique légitime. Cette dernière interprétation est précieuse pour le « grand programme » où capacité et stratégie de stockage sont optimisées conjointement. Dans ce cas, à la capacité optimale

$$I'(K) = \lambda. \quad (29)$$

4.4 Calendrier optimal d'investissement en capacité de stockage

Le choix du moment de construction de la capacité n'est pas neutre pour le coût. Notons t_I la date où la capacité K est mise en place pour un coût $I(K)$. On peut substituer, dans le programme ci-dessus le terme $e^{-rt_I} I(K)$ au terme $I(K)$. Les contraintes qui s'ajoutent sont naturelles : pas de stockage avant que la capacité soit disponible, soit

$$t + T(t) \geq t_I, \forall t, \quad (30)$$

et on associera à ces contraintes les multiplicateurs θ_t , *forallt*.

Proposition 4.

1. Si le taux d'actualisation est non nul, la date optimale de mise en place de la capacité de stockage est postérieure à T^* (les premiers déchets sont donc sur-entreposés).
2. Si $r = 0$, toute date de mise en place entre 0 et T^* est optimale.

Démonstration. Les conditions du premier ordre sont donc (on suppose un

stockage en temps fini pour simplifier la discussion)

$$\phi(t) \cdot \{C'(T(t)) \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot \rho'(T(t))\} + \theta_t = 0, \forall t, \quad (31)$$

$$e^{-rt} I'(K) = \lambda, \quad (32)$$

$$re^{-rt} I(K) = \int_0^D \theta_t dt. \quad (33)$$

La condition (33) dit que si K est positif, alors des θ_t le sont, et donc la contrainte de disponibilité pèse. Il y a donc un intervalle $[0, \bar{t}]$ pour lequel θ_t est strictement positif et tel que $\theta_t = 0$ pour $t > \bar{t}$. On voit également que $\lambda > 0$ à partir de l'équation (32). La condition (31) montre que le comportement de la solution est analogue à celui donné par la proposition 3 à partir d'une certaine date. \square

Pour les premiers millésimes, du sur-entreposage (par rapport à l'optimum libre T^*) causé par l'indisponibilité voulue des capacités de stockage est une stratégie optimale. De fait, un petit « retard » permet une économie financière (économie du premier ordre), alors que l'entreposage excessif concerne une quantité faible peu éloignée de son optimum (coût du second ordre).

5 Scénarios complémentaires : les contraintes liées à l'entreposage

5.1 Contrainte sur la durée maximale d'entreposage

L'obligation de stocker à terme présente un intérêt dans deux cas. Soit il est optimal de stocker, mais certains millésimes feraient l'objet d'entreposage trop long, ce que le régulateur voudrait éviter. Soit il est économiquement optimal de ne pas stocker, mais des considérations de sécurité non modélisées imposent un stockage total. En dehors de ces cas, le stockage intégral dans des délais raisonnables est un optimum « spontané ».

Les deux cas s'écrivent mathématiquement de la même manière. Dans un premier temps, il n'est pas nécessaire d'introduire de contrainte de capacité. Il suffit de résoudre le programme

$$\begin{cases} \min_{\mathbb{T}} \text{CTA}(\mathbb{T}) = \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} dt \\ \text{s.c. } T(t) \leq \bar{T}, \forall t. \end{cases} \quad (34)$$

\bar{T} est la durée d'entreposage maximal imposée. Notons μ_t le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte qui s'impose à $T(t)$. Le lagrangien vaut

$$\mathcal{L} := \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} dt + \int_0^D \mu_t \cdot (\bar{T} - T(t)) dt, \quad (35)$$

les conditions du premier ordre sont donc

$$\phi(t) \cdot C'(T(t)) \cdot e^{-rt} - \mu_t = 0, \forall t. \quad (36)$$

Aucune contrainte de capacité n'étant supposée ici, de deux choses l'une. Soit $T^* < \bar{T}$ et la contrainte sur la durée d'entreposage est sans importance : l'optimum libre est réalisable,

$$T(t) = T^*, \forall t. \quad (37)$$

Soit $T^* > \bar{T}$, et l'optimum est uniformément contraint

$$T(t) = \bar{T}, \forall t. \quad (38)$$

Des solutions plus nuancées apparaissent lorsqu'on combine contrainte de capacité des sites de stockage et contrainte de durée d'entreposage, ce que j'envisage maintenant.

On a alors le lagrangien

$$\mathcal{L} := \int_0^D \{ \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} + \mu_t \cdot (\bar{T} - T(t)) + \lambda \cdot \phi(t) \cdot \rho(T(t)) \} dt - \lambda K, \quad (39)$$

d'où les conditions du premier ordre

$$\phi(t) \cdot \{ C'(T(t)) \cdot e^{-rt} + \lambda \cdot \rho'(T(t)) \} - \mu_t = 0, \forall t. \quad (40)$$

L'analyse est assez simple à la lumière de la section précédente. Dans les domaines où μ_t est strictement positif, $T(t) = \bar{T}$; dans les domaines où μ_t est nul, $T(\cdot)$ est croissante, ainsi que nous l'avons vu dans la section précédente. Par ailleurs $T(\cdot)$ est nécessairement monotone et la discontinuité éventuelle ne se produit que pour serrer la contrainte de durée.

On peut en déduire que la solution typique est un entreposage de plus en plus long jusqu'à un millésime déterminé, puis un entreposage de durée maximale \bar{T} systématique au-delà.

Rôle de la capacité. Le théorème de l'enveloppe montre également que

$$\frac{\partial \text{CTA}^*}{\partial K} = -\lambda, \quad (41)$$

l'interprétation ne change pas : nous avons un indice de la valeur de l'investissement marginal. Si la capacité peut être optimisée, à l'optimum

$$I'(K) = \lambda. \quad (42)$$

Par ailleurs,

$$\frac{\partial \text{CTA}^*}{\partial \bar{T}} = - \int_0^D \mu_t dt, \quad (43)$$

le relâchement (le resserrement) de la contrainte de durée permet donc une économie (un surcoût) mesurée par chacun des petits bénéfices (ou coûts additionnels) engendrés par l'ensemble des déchets. Ces bénéfices ou surcoûts doivent être comparés aux bénéfices sociaux attendus des mesures restrictives.

5.2 Contrainte sur la capacité d'entreposage

Envisageons maintenant une capacité d'entreposage limitée notée Q .

Cas général. Pour une stratégie d'entreposage \mathbb{T} , les déchets entreposés à une date t requièrent le volume

$$V_E(t) = \int_0^t P(\tau + T(\tau) - t) \cdot \phi(\tau) \, d\tau, \quad (44)$$

où est P l'indicatrice de positivité : $P(x) = 0$ si $x < 0$ et $P(x) = 1$ si $x \geq 0$.

Il s'agit donc de résoudre le programme

$$\begin{cases} \min_{\mathbb{T}} \text{CTA}(\mathbb{T}) = \int_0^D \phi(t) \cdot C(T(t)) \cdot e^{-rt} \, dt \\ \text{s.c. } V_E(t) \leq Q, \forall t. \end{cases} \quad (45)$$

L'analyse reste à faire au cas par cas. Il est facile de prévoir qu'en général la monotonie de la stratégie d'entreposage est perdue, les problèmes de continuité sont aggravés. En effet, la forme de $\phi(\cdot)$ joue un grand rôle.

Cas particulier : le flux constant de déchets. Caractérisons le cas du flux constant ($\phi(t) = \phi_0, \forall t$). Pendant tout intervalle de temps où l'entreposage est saturé, tout flux entrant doit correspondre à un flux sortant identique. Le plus économique est de sortir le plus ancien millésime (First-in/first-out ou FIFO), puisque les gains au refroidissement attendus y sont les plus faibles (et ceux réalisés sont les plus grands). Cette règle FIFO dit que $t + T(t)$ est croissante, ce qui est plus faible que la monotonie de la proposition 2.

Notons $T_Q := \frac{Q}{\phi_0}$. La durée T_Q est exactement le « nombre » de millésimes qui peuvent être entreposés en même temps. Le problème de saturation se pose si et seulement si $T_Q < T^*$ (la durée d'entreposage permise par les capacités est trop faible) et $T_Q < D$ (le flux doit durer assez longtemps que la question de la capacité se pose). Plaçons-nous dans ce cas. Remarquons qu'aucun millésime ne doit être entreposé moins que T_Q . En effet, il est toujours plus économique de se rapprocher autant que possible de T^* , or ce qui peut l'empêcher est une saturation à l'entreposage. Les millésimes requérant tous le même volume, l'optimum demande donc la mise en stockage du millésime $t - T_Q$ lorsque le millésime t arrive. On en déduit immédiatement que tout millésime entré et sorti dans l'intervalle de saturation a été entreposé exactement la durée T_Q .

Il reste à caractériser l'optimum avant la saturation et après. Dès lors qu'il n'y a plus de saturation courante ni future, les millésimes en cours d'entreposage resteront la durée T^* . Tout millésime entrant en période de saturation et sortant hors saturation est entreposé T^* . Le premier millésime ($t = 0$) va être stocké à la date où la saturation de l'entreposage advient la première fois, soit la date $t = T_Q$.

La proposition résume la forme prise par l'entreposage, moins long que l'optimum :

Proposition 5. *L'entreposage optimal suit un créneau*

$$\begin{cases} T(t) = T_Q \text{ pour } t \in [0, D - T_Q), \\ T(t) = T^* \text{ pour } t \in [D - T_Q, D]. \end{cases} \quad (46)$$

6 Conclusion

L'article propose une modélisation simple d'un programme de gestion de déchets nucléaires à haute activité. La physique du refroidissement permet de comprendre l'intérêt d'entreposer un certain temps un colis chaud afin d'économiser le volume de stockage définitif. En effet, un site de stockage ne peut tolérer qu'une certaine puissance thermique volumique, et les colis plus froids peuvent être davantage serrés. La durée optimale théorique d'entreposage sans contrainte a été caractérisée et a fait l'objet d'une expression explicite facile à interpréter. Les diverses contraintes (contrainte sur la capacité de stockage, contrainte sur la durée d'entreposage, contrainte sur la capacité d'entreposage) affectent l'optimum d'une manière que les propositions nuancent finement : les millésimes ne doivent pas être traités de la même manière, et les monotonies ou discontinuités des stratégies globales sont données.

Tout cela est évidemment sommaire et n'a pour usage que la description des données déterminantes et des types de solutions et problèmes théoriquement envisageables. La calibration permettrait de cerner des solutions réalistes, ce qui a été fait dans Giroto et Villeneuve (2004) sans trop de souci de théorie et de résultats généraux. Si les hypothèses quant à la forme des coûts ne sont pas trop absurdes, ces remarques peuvent avoir une valeur pédagogique dans un premier temps, opérationnelle dans un second. Dans un troisième temps, la question de la mise en œuvre permettrait d'aborder les mécanismes de marchés et les régulations qui garantissent (ou non) la réalisation de l'optimum. Concrètement, qui et combien faire payer pour les services d'entreposage et stockage, et comment ces prix évolueront-ils dans le temps ? À tous les stades, des questions de robustesse s'imposent.

Références

- [1] ANDRA (Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs). Site web : <http://www.andra.fr>.
- [2] Giroto, Jean-Louis; Villeneuve, Bertrand (2004) : Optimisation de la durée d'entreposage des déchets à haute activité et à vie longue selon le coût global de gestion (entreposage + stockage), Note du CEA DTEC/S2EC/2004.
- [3] Gollier, Christian; Devezeaux de Lavergne, Jean-Guy (2001) : Analyse quantitative de la réversibilité du stockage des déchets nucléaires : valorisation des déchets, Economie et Prévision, numéro 149, pages 1-13.
- [4] Loubergé, Henri; Chesney, Marc; Villeneuve, Stéphane (2002) : Long-term risk management of radioactive waste : a real option approach, Journal of Economic Dynamics and Control, volume 27, issue 1, pages 157-180
- [5] Ionescu, Oana; Spaeter, Sandrine (2011) : Reversibility and switching options values in the geological disposal of the radioactive waste, working paper.