

# Risques, Délégation et responsabilité limitée

Stéphane Villeneuve  
Toulouse School of Economics, (CRM/IDEI)

Atelier FIME 16 juin 2016, Abbaye Vaux de Cernay

## I. Ekeland *Hasard, Chaos et Mathématiques*

Nous marchons anesthésiés entre les risques que nous créons. De temps en temps, un accident nous secoue de notre torpeur, et nous jetons un oeil dans le précipice.

- **Aléa moral** *Maximisation de l'intérêt individuel au dépend de l'intérêt général, Adam Smith.*
- Exemple canonique : problème principal agent. Un agent (le principal) délègue à un autre agent à *responsabilité limitée* le soin de mener un projet risqué.
- Comment réguler cette imperfection de marché ? Théorie des incitations : passer un accord (contrat) spécifiant la rémunération de l'agent.
- Décalage entre la nature dynamique des contrats en pratique et la littérature qui a développé des modèles à une ou deux périodes Townsend(79), Gale et Hellwig (85), Tirole (06).

- Pour commencer à entrer dans la théorie Principal-Agent, je vous incite à lire

## Holmstrom and Milgrom

Aggregation and linearity in the provision of intertemporal incentives, ECMA (1987), *Citations Google 2931*

- Ce papier décrit la relation entre un propriétaire averse au risque qui a délégué le management de son entreprise à un agent.
- La profitabilité de l'entreprise est influencée par l'effort inobservable de l'agent.
- Un contrat spécifie la rémunération de l'agent afin qu'il fasse l'effort optimal du point de vue du principal.
- Le contrat optimal est de type métayage. Partage des risques.

## Contrat avec partage des risques

On partage les gains et les pertes

En général, le contrat a une durée déterministe fixée

Holmstrom Milgrom (1987)

Schattler Sung (1993)

Cvitanic Zhang (2012)

Cvitanic Possamai Touzi (2014)

*versus*

## Contrat avec partage des risques

On partage les gains et les pertes

En général, le contrat a une durée déterministe fixée

Holmstrom Milgrom (1987)

Schattler Sung (1993)

Cvitanic Zhang (2012)

Cvitanic Possamai Touzi (2014)

## Contrat avec responsabilité limitée

Les pertes sont à la charge du principal

La durée du contrat fait partie des spécificités du contrat

De Marzo Sannikov (2006)

Sannikov (2008)

Biais, Mariotti, Rochet

Villeneuve (2010)

Zhu (2012)

# Modèle de contrat dynamique

- Un projet génère un cash flow  
$$dX_t = (\mu - (1 - e_t)\Delta\mu)dt + \sigma dZ_t^e.$$
- $e_t \in \{0, 1\}$  pour faire simple.
- $0 \leq \Delta\mu$  Faire l'effort est socialement optimal.
- L'agent a un bénéfice privé  $B$  lorsqu'il n'exerce pas l'effort.
- Le principal et l'agent sont neutres au risque mais l'agent est plus impatient que le principal  $\rho > r$ .
- Un contrat  $\Gamma = ((C_t)_t, \tau)$  spécifie la rémunération et la durée du contrat.  $C$  est un processus **croissant** (responsabilité limitée).

- *Utilité de l'agent*

$$W_t(\Gamma, e) = \mathbb{E}_t^e \left[ \int_t^T e^{-\rho(s-t)} (dC_s + B1_{\{e_s=0\}}) ds \right]$$

- *Utilité du principal*

$$F_t(\Gamma, e) = \mathbb{E}_t^e \left[ \int_t^T e^{-r(s-t)} ((\mu - (1 - e_t)\Delta\mu) ds - dC_s) \right]$$

- *Problème de l'agent*

$$\max_e W_t(\Gamma, e) \rightarrow e^*(\Gamma)$$

# Modèle de contrat dynamique

- Jeu de Stackelberg.
- Un contrat optimal résout le problème suivant

$$\max_{\Gamma} F_0(\Gamma, e^*(\Gamma))$$

tel que

- $e^*(\Gamma) = \operatorname{argmax}_e W_0(\Gamma, e)$  (IC)
  - $W_0(\Gamma, e^*(\Gamma)) \geq w_0$  (PC)
- Un *full-effort* contrat suppose  $e_t^*(\Gamma) = 1$  pour tout  $t$ .
  - On se concentre sur les *full-effort* contrats.



# Modèle de contrat dynamique

- Representation des martingales  $\implies$   
 $dW_t = rW_t + H_t\sigma dZ_t - dC_t.$
- Full-effort contrat *incentive-compatible*  $\Leftrightarrow H_t \geq \frac{B}{\Delta\mu}$   
(Sannikov).
- Problème markovien

$$F_0(w) = \sup_{C, H \geq \frac{B}{\Delta\mu}} \mathbb{E} \left( \int_0^{\tau_0(W)} e^{-rs} (\mu ds - dC_s) \right)$$

avec

- $dW_t = rW_t + H_t\sigma dZ_t - dC_t$  with  $W_0 = w_0.$
  - $\tau_0(W) = \inf\{t \geq 0, W_t = 0\}$  durée du contrat.
- Plus le problème d'aléa moral est sévère, plus la volatilité de  $W$  est importante.

- Il existe un seuil optimal  $w^*$  tel que  $W_t \leq w^*$  et

$$C_t = \int_0^t 1_{W_s = w^*} dC_s.$$

- l'agent est seulement payé après de bonnes performances.
- L'utilité de l'agent est implémentée par les réserves de cash  $M_t = \frac{W_t}{k}$  avec  $k = \frac{B}{\Delta\mu}$  et vérifie

$$dM_t = (rM_t - \mu\sigma)dt + \sigma dX_t - \frac{1}{k}dC_t.$$

# Conclusion

- Les rémunérations sont contingentes à une variable d'état (l'utilité de l'agent) qui est contrôlée par le principal.
- L'implémentation consiste à créer un compte séquestre qui est parfaitement corrélé avec les cash-flows.
- L'agent est rémunéré après de bonnes performances sous la forme de dividendes.
- Le contrat se termine dès que l'utilité de l'agent vaut 0.
- Robustesse de ces recommandations lorsque les firmes sont en concurrence pour recruter les meilleurs agents ?
- Robustesse de ces recommandations lorsque les firmes sont financièrement contraintes ?