

Les Cahiers de la Chaire / N°80

**Le ratio réserves prouvées / production annuelle des commodités minérales:
Faits stylisés et micro-fondation**

Pierre-Noël GIRAUD, Pierre FLECKINGER, Yosri SAKLY



CHAIRE

Finance & Développement Durable

**Le ratio réserves prouvées / production annuelle des commodités minérales.
Faits stylisés et micro-fondation.**

Pierre-Noël GIRAUD**, Pierre FLECKINGER***, Yosri SAKLY*

* Assistant de recherche, Mines ParisTech

** Professeur d'économie à Mines ParisTech PSL et à UM6P, auteur correspondant :
pierrenoel.giraud@minesparistech.fr

*** Professeur d'économie à Mines ParisTech PSL : pierre.fleckinger@minesparistech.fr

Cette recherche a bénéficié du soutien financier de la Chaire FDD de Dauphine PSL et de la Chaire EIEA de UM6P/Mines ParisTech PSL.

Résumé

La crainte d'une pénurie de matières premières minérales, qui sont issues de ressources naturelles dites « épuisables », ressurgit périodiquement. L'indicateur de rareté généralement utilisé est le ratio : Réserves prouvées mesurées par le USGS / production mondiale annuelle, Le ratio R/P.

On craint aujourd'hui une pénurie des métaux qui seront fortement demandés par la transition écologique et énergétique en cours : le cuivre, le cobalt, les métaux des terres rares et du coltran. Pourtant le ratio R/P du cuivre, par exemple est resté remarquablement stable autour de 40 ans et ce depuis 1950, alors que la production a été multipliée par 8, et donc les réserves. Et ceci est vrai à des degrés divers de la plupart des métaux ainsi d'ailleurs que du carbone fossile, pétrole gaz et charbon.

Or, les nombreux modèles qui, à la suite Hotelling, ont intégré une phase d'exploration - phase destiné à découvrir et évaluer des réserves avant de pouvoir les produire - au sein des modèles d'exploitation optimale d'une ressource épuisable, ne parviennent pas à rendre compte de cette apparente stationnarité du ratio R/P.

Dans cet article, nous proposons une famille de modèles très simples d'exploration minière, en situation compétitive, de monopole, de duopole de Cournot et de duopole de Stackelberg avec 2 agents qui découvrent des réserves de qualités différentes. Nos modèles rendent compte de la stationnarité du ratio R/ P dans toutes les structures de marché analysées.

Summary

The fear of a shortage of mineral commodities, produced from natural resources that are said "exhaustible", resurfaces periodically. The scarcity indicator generally used is the ratio: Proven Reserves measured by the USGS / Annual World Production, the « R / P » ratio.

Today, there is a fear of a shortage of metals that will be in great demand by the ongoing ecological and energy transition: copper, cobalt, lithium and many metals from rare earth and coltran.

Yet the R / P ratio of copper has remained remarkably stable since 1950, around R/P= 40 years, while the production has been multiplied by 8, as has been the reserves. And this is true to varying degrees of most metals as well as fossil carbon, oil, gas and coal.

However, the many models that, following Hotelling, have integrated an exploration phase within the optimal exploitation models of an exhaustible resource - a phase intended to discover and evaluate reserves before they can be produced - do not succeed in accounting for this apparent stationarity of the R / P ratio.

In this paper, we propose a family of very simple models of mineral exploration, in competitive markets, as well as monopoly, Cournot duopoly and Stackelberg duopoly with 2 agents who discover reserves of different qualities. Our models report the stationarity of the R / P ratio in all market structures analyzed.

Introduction

La crainte d'une pénurie de matières premières minérales, issues de ressources naturelles dites « épuisables », ressurgit périodiquement. L'indicateur de rareté généralement utilisé est le ratio : Réserves prouvées mesurées par le USGS / production mondiale annuelle, Le ratio R/P.

Lorsque ce ratio est d'une vingtaine d'années et qu'on a une bonne raison de s'attendre à une forte augmentation de la consommation et de la production, se manifestent aussitôt des craintes de pénurie ou à tout le moins de fortes augmentations des prix, malgré le regain de l'effort d'exploration qu'elles engendrent.

Cette crainte s'est exprimée encore récemment en France dans un rapport conjoint de l'Académie des Sciences et de l'Académie des technologies : « Stratégie d'utilisation des ressources du sous-sol pour la transition énergétique française » (2018). On craint aujourd'hui une pénurie des métaux qui seront fortement demandées par la transition écologique et énergétique en cours : le cuivre, le cobalt, les métaux des terres rares et du coltan.

Pourtant le ratio R/P du cuivre est resté remarquablement stable autour de 40 ans et ce depuis 1950, quand en pleine guerre de Corée le gouvernement américain s'était inquiété d'une pénurie possible. Pourtant depuis cette date, la production mondiale de cuivre donc les réserves ont été multipliés par 8 (voir figure 1 ci-dessous). Et ceci est vrai à des degrés divers de la plupart des métaux ainsi d'ailleurs que du carbone fossile, pétrole gaz et charbon (Annexe 1).

Or les nombreux modèles qui, à la suite Hotelling, ont intégré une phase d'exploration au sein des modèles d'exploitation optimale d'une ressource épuisable - phase destiné à découvrir et évaluer des réserves avant de pouvoir les produire - ne parviennent pas à rendre compte de cette apparente stationnarité du ratio R/P.

Dans cet article, nous proposons une famille de modèles très simples d'exploration minière, en situation compétitive, de duopole de Cournot et de duopole de Stackelberg avec 2 agents qui découvrent des réserves de qualités différentes. Nos modèles rendent compte de la stationnarité du ratio R/P dans toutes les structures de marché analysée.

La section deux résume les faits empiriques concernant l'évolution du ratio R/P et les prix d'un grand nombre de commodités minérales. Le détail des données et graphiques fait l'objet de l'annexe. Elle propose également un modèle de l'évolution à long terme du prix d'une commodité minérale et une interprétation des tendances de prix constatées. La section trois propose une typologie des modèles de commodités minérales et un bref commentaire de la littérature des modèles d'exploration-production issus de Hotelling. La section quatre expose notre famille de modèles d'exploration et conclut.

Section 2. Faits stylisés : ratios R/P et évolutions des prix.

Evolution du ration R/P et des prix depuis les années 50

Les évolutions, depuis les années 50, du ratio réserves prouvées/ productions annuelles des commodités minérales sont données dans les graphiques en annexe 1 (Sources : données USGS et US Bureau of Mines).

Ces graphiques donnent :

- Les ratio R/P, généralement depuis 1950, avec moyenne et écart type en années
- Les prix en \$ constants et leur régression linéaire
- Le multiplicateur de la production P entre la date de la dernière mesure du ratio R/P (2015) et de la première (généralement 1950 ou 1970)

On peut constater que le ratio R/P est croissant, décroissant ou irrégulier mais il descend très rarement en dessous de 30 ans. Le ratio présente sauf exception une instabilité limitée, mesurée par un ratio écart type / moyenne modéré.

On remarque aussi qu'il est généralement plus élevé pour les minerais présents en grands gisement sédimentaires (fer, bauxite, phosphates) que pour les gisements en filon ou amas (beaucoup de métaux de non ferreux). Quant à la production annuelle, elle a été multipliée par des ratios allant de 2 à 100 entre le début et la fin de la période de mesure du ratio R/P.

La cas du cuivre, qui suscite en 2019 des inquiétudes, est très illustratif. De 1950 à 2015, la production mondiale de cuivre a été multipliée par 8, la moyenne des ratios R/P est de 40 ans avec un écart type de 7 ans et le prix est nettement décroissant.

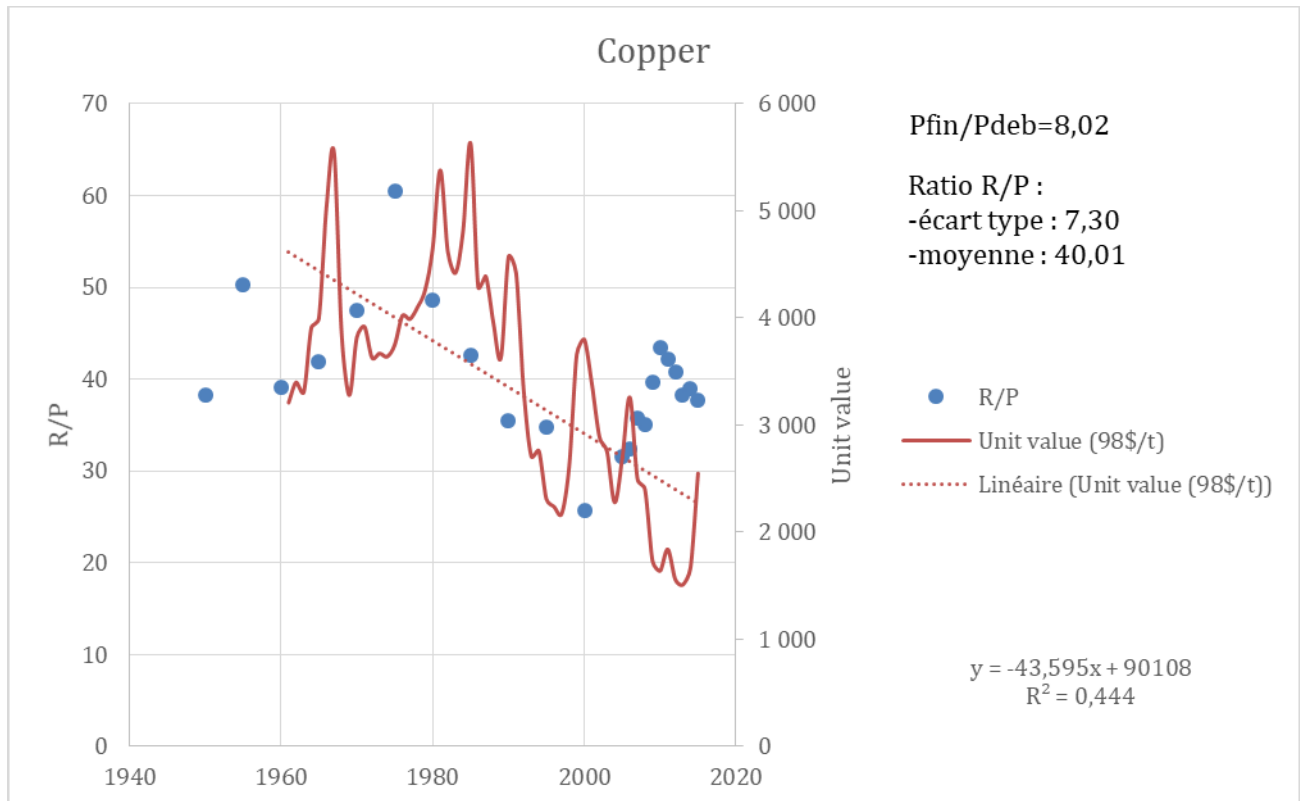


Figure 1 – Evolution du ratio R/P et du prix en dollar constant pour le Cuivre

Courbe d'offre à long terme (reserve availability curve) et évolution des prix

L'autre question pertinente pour les commodités minérales est celle de la tendance à long terme de leur prix. La tendance à long terme du prix dépend de deux facteurs : i) la pente de la « courbe d'offre à long terme » ou « *reserve availability curve* » et de ii) la tendance des couts d'extraction, déterminée par le progrès technique La « courbe d'offre à long terme » donne: les réserves cumulées en abscisse, le cout d'extraction marginal de ces réserves en ordonnée. Elle classe donc les réserves par cout d'extraction croissant.

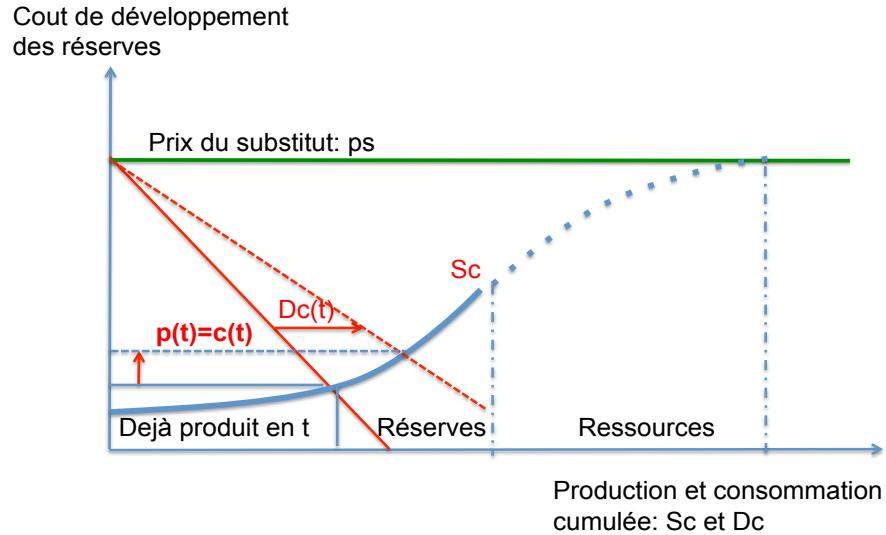


Figure 2 La courbe d'offre à long terme et l'évolution du prix d'équilibre de long terme
 Source : (2015) et Ollivier. « Economie des Matières Premières » . La Découverte. Paris. 2015

L'exemple de la courbe d'offre à long terme (*reserve availability curve*), du lithium, autre métal avec le cuivre faisant l'objet d'inquiétudes, extraite de Yakzic et Tilton (2009), est donné ci après.

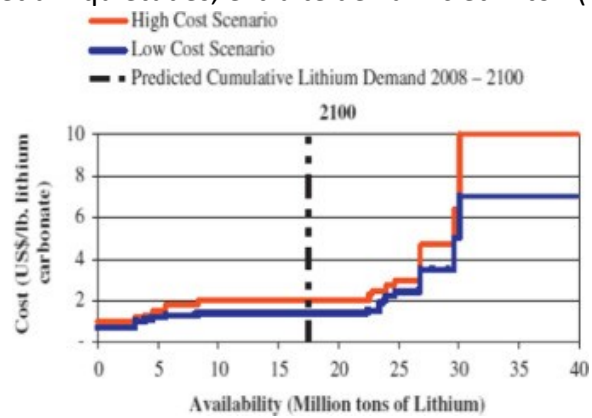


Figure 3 – Courbe de disponibilité cumulée pour le lithium. Yaksic et Tilton (2009).
 Sur l'axe vertical, les coûts sont exprimés en USD par livre de lithium. 1 lb est 0,45359237 kg.

Dans le cas du lithium, comme tenu du caractère très plat de la « *reserve availability curve* », le prix baissera probablement sous l'effet du progrès technique, toujours vigoureux dans l'industrie minière car la compétition y pousse à la réduction des coûts.

En effet, au fur et à mesure que l'on par cout croissant exploite ces réserves (Dans la Figure 2, la demande cumulée se déplace vers la droite) le prix, égal au cout de développement de nouvelles réserves, monte, il « grimpe » le long de la courbe d'offre à long terme, c'est l'effet de « rareté » géologique.

Cependant la courbe d'offre à long terme est en permanence déformée par l'exploration, qui la déplace vers la droite, et le progrès technique, qui la déplace vers le bas.

Si bien que le prix, se déplace en « grim pant » le long d'une courbe mouvante qui peut s'affaisser. Il évolue de façon impossible à déterminer et, on le constate en annexe 1, différente selon les commodités depuis les années 50.

C'est ainsi que le progrès technique l'a emporté sur la raréfaction des ressources à bas cout d'extraction et que

- les prix baissent pour : l'antimoine, la bauxite, le beryllium, la cadmium, le cuivre, l'indium, le plomb , le niobium, l'argent, l'étain, le titane, le tungstène et le zinc ;
- Ils montent pour : le chrome, le gaz, l'or, le pétrole, le platine, le sélénium, le tantale, et le tellurium,
- ils sont stables pour : le cobalt, le magnesium, le mercure , le molybdène, le nickel, et le platine.

Section 3. Typologie des modèles de commodités minérales .

Les modèles de commodités minérales peuvent être classés selon deux axes : i) Les décisions des firmes minières qui sont modélisées : exploration, construction de capacités de production, usage de ces capacités pour produire et ii) : Le traitement de la question du caractère « épuisable » des ressources du sous sol.

Les décisions des firmes

L'industrie extractive part d'informations publiques sur les ressources du sous-sol fournies par les services géologiques nationaux pour demander des permis d'exploration et de production aux détenteurs des ressources et apporter sur des marchés, généralement mondiaux, les produits standardisés que sont les commodités minérales

Elle comporte trois étapes et ses acteurs, les firmes minières, ont trois décisions liées à prendre :

1. la décision d'explorer pour constituer un « portefeuille de réserves »
2. la décision de construire des « capacités de production » c'est-à-dire d'équiper des mines, avec moyens de traitement et d'évacuation du minerai, à partir du portefeuille de réserve
3. la décision de « moduler la production » à partir des capacités existantes

Ces décisions sont coordonnées, entre firmes et au sein d'une même firme, par le système des prix anticipés. Mais il ne s'agit pas des mêmes prix et ces prix ne sont pas comparés aux mêmes couts.

La firme qui explore compare le cout d'exploration, c'est à dire le cout de découverte d'un gisement avec la valeur actuelle du gisement découvert. Le prix qui importe ici est l'anticipation du prix de marché au moment de l'exploitation du gisement découvert.

La firme qui construit des capacités minières a besoin, pour calculer les cash-flow futurs, d'une anticipation de prix sur la durée de vie de la mine - des dizaines d'années- et compare ce prix au coût de développement de la nouvelle mine.

La firme qui décide du taux d'utilisation des capacités de production compare le prix de marché dans les mois à venir à son cash flow opérationnel.

Les prix sont naturellement liées entre eux, puisqu'il s'agit d'agrégations, sur des horizons différents, du même prix, le prix de marché constaté puis anticipé.

Les couts sont dans une certaine mesure également liés entre eux, du moins les coûts de construction de nouvelles capacités et les cash cost. Les coûts de construction fixes plus importants sont généralement liés à des cash cost plus faibles.

La première distinction à faire entre les modèles concerne donc la où les décisions qu'ils modélisent. Nous verrons que de nombreux modèles agrègent deux ou les trois décisions en une seule.

L'épuisabilité des ressources minérales

La seconde distinction concerne le traitement du caractère « épuisable » des ressources minérales.

Les réserves sont-elles un stock fini à côté extraction nettement plus faible que le cout de production d'un substitut abondant éventuellement renouvelable ? Existe-t-il plutôt un continuum de réserves à cout croissant, un gisement un peu moins riche étant un substitut d'un gisement plus riche, un autre métal étant le substitut d'un métal plus courant, le recyclage étant un substitut à la production, une technologie renouvelable un substitut à une technologie puisant dans des ressources finies, etc ? Dans ce cas l'extraction minière ne se distingue de l'agriculture que par le fait qu'on ne connaît pas - parce qu'on a aucun intérêt à connaître à l'avance car il en coûte de les découvrir - toutes les réserves et que par conséquent on peut à tout instant découvrir des réserves à cout d'extraction inférieur à celles qui existent déjà.

La conception du caractère épuisable des ressources minières est la seconde caractéristique qui permet de différencier les modèles. On peut les qualifier, respectivement, de conception « abrupte » ou « progressive » de l'épuisabilité.

La descendance de Ricardo

Ricardo (1817) étend en quelques pages à l'extraction minière son modèle de la rente foncière agricole croissante en raison des rendements décroissants de l'agriculture. Il traite les trois étapes en une seule : la production de minerai et n'envisage pas de substitut abondant, mais sans doute aussi des rendements décroissants des mines en Angleterre. Si bien que l'issue, comme pour le blé, sera l'importation de fer et de charbon. Mais il ne traite pas de la spécificité de l'industrie extractive qui est que, contrairement aux terres agricoles, on ne découvre pas nécessairement d'abord les gisements les plus riches

La découverte de réserves à plus bas cout et plus généralement la coexistence de réserve de qualités différentes sont traités des le 19e siècle par les modèles de duopole de Cournot et Stackelberg. Ils montrent que le détenteur des réserves à plus bas coût d'extraction peut avoir intérêt à laisser une place dans le marché aux détenteurs des réserves à coup plus élevé, comme le montre l'exemple des producteurs de pétrole du Moyen-Orient. La descendance de ces premiers modèles de théorie des jeux est fertile, avec de nombreux modèles calibrés sur le marchés en oligopole avec couts différenciés et avec franges compétitives. Ces modèles traitent de l'étape de production, confondant construction de capacité et opération de ces capacités, car ce sont des modèles de part de marché à moyen terme. Pour eux le concept de ressource ultime est inopérant. Les données techniques et géologiques qui seules déterminent la tendance à long des prix sont hors champ de l'analyse laquelle ne concerne les parts de marché à l'équilibre.

Hotelling

Avec Hotelling (1931) commence une autre famille. Est introduite la notion de substitut abondant, permettant de définir les réserves « ultimes » comme un stock fixe : le stock dont le coût d'extraction est inférieur au coût de production du substitut abondant, à technologie donnée. La problématique devient celle de l'exploitation inter temporelle optimale de ce stock, face à une demande élastique au prix. Donc du calcul de la trajectoire optimale des prix et de la production. Il n'est pas question de traiter ici de l'immense littérature de cette famille, mais d'en relever les principaux traits communs.

Dans l'article séminal de Hotelling (1931) les réserves ultimes, c'est-à-dire le volume de minerai dont le coût d'extraction est inférieur au coût d'un substitut abondant, sont initialement connues. Pyndick (1978) est un des premiers à avoir introduit le stade de l'exploration minière dans le comportement des entreprises. Il a été suivi de bien d'autres modèles dans lesquelles les résultats de l'exploration minière sont déterministes ou aléatoires. Par exemple : Liu et Sutinen (1982), Lafforgue (2006), Greinen et Semmler (2008), Nyambuu et Semmler (2013). Pour une revue, voir la thèse de Roberto Pougy Ferreira Da Cunha (2017) : « *Unconventional oil and natural gas supplies and the mitigation of climate change* »

La structure générale de ces modèles est très proche. Comme chez Hotelling, les réserves ultime sont définies comme celles qu'on peut extraire à un coût (d'exploration + production) inférieur au coût du substitut abondant. Dans ces modèles, contrairement à Hotelling, elles sont au départ inconnues ou du moins imparfaitement connues, ce qui introduit comme paramètre exogène le stock initial connu. Avant d'extraire le minerai les entreprises minières doivent l'avoir découvert. L'exploration a un coût que l'on suppose généralement croissant avec le volume des découvertes déjà faites, à mesure donc qu'on s'approche de la découverte totale des réserves ultimes. On suppose donc ainsi que l'on découvre d'abord les réserves les plus faciles à découvrir et exploiter et qu'on les exploite bien sûr dans cet ordre. Quant au coût extraction, il est supposé lui aussi croissant avec le volume des réserves déjà découvertes. La logique est que, plus on a fait d'exploration et découvert de réserves, plus on a découvert de réserves à bas coût et plus le coût d'extraction augmente. Ces hypothèses reviennent à supposer la courbe d'offre à long terme connue dans sa pente et sont point de départ et progressivement découverte.

Dans tous ces modèles, la trajectoire de l'exploration, de la production et des prix est déterminée par une optimisation inter-temporelle du profit des firmes en situation de compétition ou de monopole. Dans tous, la forme des trajectoires des découvertes, de la production et des prix dépend crucialement d'une condition initiale : le volume des réserves initialement disponibles pour commencer la production et des deux fonctions de coût à rendements décroissants: exploration et d'extraction. En raison de cette dépendance des conditions initiales, rien de général ne peut donc être dit quand est l'évolution du R/P , qui de plus, dans ces modèles, n'est jamais stationnaire.

Les modèles d'exploration des géologues

Dans les années 50, et sans sous doute insatisfaits des modèles très « théoriques » à leur yeux des économistes, les géologues, à la suite de Marion King Hubbert, produisent leur propre modèle : le modèle du « pic de production ». Selon eux, la production annuelle de toute ressource minérale, pétrole, gaz ou minerai solide, prend la forme d'une courbe en cloche symétrique, avec un pic de production atteint quand la moitié des réserves ont été exploitées. Ceci pour des raisons purement géologiques. Il s'agit d'un modèle d'exploration, fondé sur un modèle statistique de découverte des gisements. Ce n'est pas un modèle économique, car si la demande s'adapte à la

production par les variations de prix, les prix n'ont en retour aucune influence sur l'exploration et sur la production, donc sur l'offre.

Les jeux à champ moyen

Récemment, une autre voie a été explorée par le modèle de Achdou, Giraud, Lasry, Lions, (2016). Le marché est compétitif avec un continuum de firmes, ce qui permet le formalisme des « jeux à champs moyens », inventé par Lions et Lasry, adopté l'article. Les firmes prennent simultanément une décision d'exploration-crédation de capacités (les deux premières décisions sont donc conjointes) et une décision concernant le taux d'utilisation de cette capacité. En restreignant la création de capacité et leur utilisation, une firme rend plus probable une envolée des prix et des profits sur une production réduite. En accroissant ses capacités, elle peut augmenter le volume et les profits, même quand les prix sont bas. Chaque firme agit en fonction de toutes les autres. Parce qu'il traite simultanément les deux décisions : construire des capacités et les utiliser, ce qui est le cas dans la réalité, le modèle rend ainsi compte des fluctuations des prix des commodités minérales : succession de « fly ups » (flambées des prix) entrecoupés de longues périodes de stabilité basse des prix. Mais il n'est rien dit des réserves proprement dites.

Deux familles

Finalement nous pouvons distinguer, au sein de ces différentes familles, deux types de modèles de commodités minérales.

Le premier type est formé de la famille de Hotelling. Ces modèles ont en commun la première conception de l'épuisabilité : un stock fixe initialement connu ou progressivement exploré. C'est la conception que nous proposons de qualifier « d'abrupte ». Le résultat de ces modèles est une dynamique de la rareté, laquelle est bornée par une abondance infinie.

Le second type de modèle adopte la version « progressive » de l'épuisabilité. Elle s'origine en Ricardo. La rareté ne se manifeste que par l'augmentation progressive et largement imprévisible des coûts d'extraction. On passe en effet continûment d'un substitut à un autre légèrement plus coûteux. Cette tendance, due à la rareté géologique croissante, est combattue par le progrès technique qui abaisse les coûts d'extraction. De ces deux tendances dépend l'évolution des prix et il n'y a rien à en dire de général, car elle est entièrement exogène et déterminée par des facteurs géologiques (raréfaction des réserves à bas coût) et techniques(abaissement des coûts relatifs d'exploration-extraction.

En revanche ce qui peut et doit être modélisé dans cette famille de modèles, ce sont les phénomènes stationnaires qui ont lieu au sein de l'industrie extractive, afin d'expliquer par exemple :

- la stationnarité du ratio R/P
- le partage du marché entre détenteurs de réserves à bas couts (supposées exogènes) en présence d'une frange compétitive
- le régime des fluctuations des prix engendré par le caractère aléatoire de la demande

La première famille utilise le formalisme du contrôle optimal, la deuxième ceux de la théorie des jeux, y compris désormais les jeux à champs moyens.

Au sein du second type de modèles, celui des états stationnaires traités par la théorie des jeux, la branche qui modélise les parts de marché en oligopole est très active et donne lieu à des modèles opérationnels utilisés par les entreprises dans leur comportement stratégique, Azizi (2018). Celle

qui modélise à la fois les décisions sur les capacités et sur leur utilisation par des jeux à champs moyens, et donc les fluctuations des prix de marchés est naissante.

Cet article vise à combler un manque, celui d'un modèle « économique » de la première étape, l'exploration, qui fonderait la stationnarité du ratio R/P dans la rationalité des acteurs de l'exploration.

Section 4. Les modèles d'exploration

Nous avons présentons une série de modèles très simples partant de l'intuition suivante : le rendement de l'exploration est continument décroissant avec la taille du portefeuille de réserves d'une firme. En effet, découvrir des réserves, c'est investir maintenant pour un cash flow qui interviendra plus tard, à la date d'épuisement de son portefeuille de réserve si elles sont homogènes. On conçoit donc que la maximisation du profit conduit à un portefeuille optimal et que le ratio R/P pourrait être stationnaire.

Dans la suite on adopte la notation suivante :

n : période de temps.

N_n : nombre de gisements en début de la période n .

D_n : demande (égale à la production) en période n . Elle est constante ou élastique au prix.

C_e : coût d'extraction du minerai. Il est le même dans tous les gisements.

C_s : coût du substitut abondant : On suppose qu'il existe un substitut, qu'il s'agisse d'une autre catégorie de gisements dont on connaît l'existence (car quand on cherche, on ne trouve pas toujours les « meilleurs » gisements de coût C_e) ou d'une autre substance, dont le coût, supérieur, est $C_s > C_e$ on notera $C_s - C_e = u_0$.

r : taux d'actualisation égal au taux de rendement d'un placement de même risque sur les marchés financiers.

α : coût de découverte d'un gisement.

T_n : période telle que : en $n + T_n$ sont épuisés les gisements N_n , compte tenu de la demande cumulée de n à $n + T_n$.

Dans tous les modèles qui suivent, on suppose que tous les gisements ont la même taille normalisée à 1 .

Comportement des firmes : En début de chaque période n , chaque firme constate N_n , connaît la demande future (constante ou élastique au prix) et se demande si elle doit explorer en comparant le coût α de découverte à la valeur actualisée en n d'un nouveau gisement dont la découverte repousse la date T_n . On suppose que l'exploration et l'exploitation se font tels que le dernier gisement découvert est le dernier à être exploité. C'est le cas si tous les gisements sont identiques. De cette façon le gisement ajouté à un portefeuille de N gisements est exploité la $N+1$ ème période.

Ce problème admet une solution stationnaire si on choisit une demande de la forme :

$$D = D_0 \times \frac{C_s - p}{C_s}$$

c'est à dire une demande stationnaire à p donné. On recherche donc une solution stationnaire où le prix p, la demande D et le nombre de gisements N est constant. On notera par la suite N^* le portefeuille de réserves optimal en fonction de la structure de marché. Une fois N^* atteint, les firmes se contentent en n de renouveler les gisements exploités en n pour maintenir le portefeuille constant. La stationnarité fait que l'on peut ignorer par la suite dans les notations l'indice n.

On se ramène alors au cas du raisonnement simplifié suivant : Supposons que l'exploration passée des firmes a produit un portefeuille de N années de production. La valeur actuelle d'une tonne de minerai dans un gisement est, selon la formule de Hotelling :

$$u = \frac{C_s - C_e}{(1 + r)^N}$$

où dans ce cas $N = T =$ durée de vie en année du portefeuille de réserve.

En effet tout propriétaire d'un gisement peut soit le donner à exploiter tout de suite et il obtient u, soit attendre l'épuisement en N où le prix sera C_s , celui du substitut. Il obtiendra alors : $C_s - C_e$. Ces deux décisions doivent être équivalentes, d'où : u = valeur actuelle, avec le taux d'actualisation r, de $(C_s - C_e)$ à recevoir en N. u est décroissant avec N. Si le coût de découverte d'un gisement α est constant, les firmes explorent tant que $u > \alpha$.

Le portefeuille d'équilibre résultant d'une situation concurrentielle entre firmes minières est N^* , tel que $N = N^* \Rightarrow u = \alpha$.

On traite successivement les structures de marchés suivantes :

- Marché concurrentiel
- Monopole
- Duopole de Cournot symétrique ($C_{e1} = C_{e2} = C_e$)
- Duopole de Stackelberg asymétrique ($C_{e1} < C_{e2}$)

Modèle 1 : Marché concurrentiel

Dans ce modèle, le prix est :

$$p = C_e + \frac{u_0}{(1 + r)^T}$$

on suppose que la demande est constante et normalisée à 1. Le volume d'un gisement est également normalisé à 1. On exploite donc un gisement par période qui est renouvelé dans la période donc :

$$T = N.$$

$$p = C_e + \frac{u_0}{(1 + r)^N}$$

Le bénéfice u est défini comme :

$$u = p - C_e = \frac{u_0}{(1 + r)^N}$$

Le nombre de gisements optimal N^* est déterminé en posant :

$$u = \alpha$$

soit:

$$\frac{u_0}{(1+r)^{N^*}} = \alpha.$$

on trouve :

$$N^* = \frac{\log\left(\frac{u_0}{\alpha}\right)}{\log(1+r)}.$$

qui croît avec u_0 et décroît avec α et r .

L'exploration est stationnaire et égale à 1 pour compenser la production et stabiliser le portefeuille à N^* gisements. Le ratio R/P est constant.

Modèle 2 : Monopole

La condition d'optimalité de la section précédente n'est vraie pour un monopole que s'il explore une fois pour l'ensemble de l'horizon temporel. Mais non s'il peut explorer chaque année en fonction de la demande. En fait, il s'agit de calculer pour lui la valeur d'option de l'exploration : pourquoi explorer aujourd'hui si on peut le reporter au moment où on en a besoin? C'est pourquoi, en période n , le monopole n'a pas de raison d'explorer pour une production en $n+1$, puisqu'on a supposé que l'exploration en n permet la production dès n . On a donc une solution stationnaire $N^*=1$. En d'autres termes, le monopole n'explore pas tant qu'il n'a pas besoin de produire. Le cas du monopole est donc trivial : sans concurrence sur l'accès aux ressources (et sans composante stochastique de la demande), il n'y a pas d'intérêt à explorer en avance : R/P=0.

Modèle 3 : Duopole Cournot symétrique

Dans ce modèle, on suppose que la demande est élastique au prix .

$$D = (C_s - p) \times \frac{D_0}{C_s}.$$

soit :

$$p = C_s \times \left(1 - \frac{D}{D_0}\right).$$

On note q_1 et q_2 les quantités produites respectivement par les firmes 1 et 2.

Elles vérifient : $q_1 + q_2 = D$

Le profit du joueur 1 s'écrit :

$$\Pi_1 = (p - C_e) \times q_1 = \left(\frac{D_0 - q_1 - q_2}{D_0} \times C_s - C_e\right) \times q_1.$$

soit :

$$\Pi_1 = \frac{-C_s}{D_0} \times q_1^2 + q_1 \times \left(\left(\frac{D_0 - q_2}{D_0}\right) \times C_s - C_e\right).$$

Le profit du joueur 1 est maximal pour :

$$q_1 = \frac{D_0}{2} \times \left(1 - \frac{q_2}{D_0} - \frac{Ce}{Cs}\right)$$

c'est la courbe de réaction de 1 : $q_1(q_2)$

De même on trouve :

$$q_2 = \frac{D_0}{2} \times \left(1 - \frac{q_1}{D_0} - \frac{Ce}{Cs}\right)$$

courbe de réaction de 2 : $q_2(q_1)$

Or par symétrie on a :

$$q_1 = q_2 = q_{dcs}$$

Soit :

$$q_1 = q_2 = q_{dcs} = \left(1 - \frac{Ce}{Cs}\right) \times \frac{D_0}{3}$$

et donc

$$p_{dcs} = \frac{(Cs + 2 \times Ce)}{3}$$

l'indice "dcs" pour duopole Cournot symétrique.

Donc la "valeur" d'un gisement exploité dans la période est :

$$u_{dcs} = p_{dcs} - Ce = \frac{Cs - Ce}{3}$$

On calcule les portefeuilles optimaux avec la condition d'égalisation couts /bénéfices de l'exploration marginale. On norme pour simplifier comme dans le cas du concurrentiel : la demande par période $2 \times q_{dcs}$ est égale au volume d'un gisement. On a donc

$$N_1 = N_2 = N.$$

et

$$N = T.$$

Avec T , date d'épuisement commune des deux portefeuilles des joueurs dans ce cas symétrique.

L'optimisation devient :

$$\frac{u_{dcs}}{(1+r)^N} = \beta.$$

où β peut se calculer à partir de α connaissant q_{dcs} soit

$$\beta = \alpha \times q_{dcs}.$$

Le portefeuille optimal de gisements N^* est :

$$N^* = \frac{\log\left(\frac{u_{dcs}}{\beta}\right)}{\log(1+r)}.$$

Il augmente avec u_{dcs} donc avec $Cs-Ce$ et il diminue avec β , donc avec α ainsi qu'avec r .

L'exploration compense exactement la production et le ratio R/P est stationnaire.

Modèle 4 : Duopole Stackelberg asymétrique

On s'intéresse maintenant au cas du duopole Stackelberg asymétrique, au sens où les deux joueurs sont différents. Dans ce modèle, les deux joueurs en concurrence à la Stackelberg ont des coûts marginaux différents Ce_1 et Ce_2 tels que $Ce_1 < Ce_2 < Cs$. 1 est donc leader et 2 suiveur. On suppose toujours que la demande est élastique au prix .

$$D = (Cs - p) \times \frac{D_0}{Cs}$$

soit :

$$p = Cs \times \left(1 - \frac{D}{D_0}\right)$$

On note toujours q_1 et q_2 les deux quantités produites respectivement par les joueurs 1 et 2. Elles vérifient $q_1 + q_2 = D$. Le joueur 1 va maximiser son profit en connaissant la courbe de réaction de 2. Le profit du joueur 2 s'écrit :

$$\Pi_2 = (p - Ce_2) \times q_2 = \left(\frac{D_0 - q_1 - q_2}{D_0} \times Cs - Ce_2\right) \times q_2$$

soit

$$\Pi_2 = \frac{-Cs}{D_0} \times q_2^2 + q_2 \times \left(\left(\frac{D_0 - q_1}{D_0}\right) \times Cs - Ce_2\right)$$

La courbe de réaction de 2 est donc :

$$q_2 = \frac{D_0}{2} \times \left(1 - \frac{q_1}{D_0} - \frac{Ce_2}{Cs}\right)$$

On maximise donc :

$$\Pi_1 = (p - Ce_1) \times q_1 = \left(\frac{D_0 - q_1 - q_2}{D_0} \times Cs - Ce_1\right) \times q_1$$

avec q_2 ainsi calculée, si on remplace q_2 en Π_1 , on trouve :

$$\Pi_1 = \frac{-Cs}{2 \times D_0} \times q_1^2 + q_1 \times \left(\frac{Cs}{2} + \frac{Ce_2}{2} - Ce_1\right)$$

Ce profit est maximal pour :

$$q_1 = (Cs + Ce_2 - 2 \times Ce_1) \times \frac{D_0}{2 \times Cs}$$

la courbe de réaction donne :

$$q_2 = \left(\frac{Cs}{2} + Ce_1 - 2 \times Ce_2\right) \times \frac{D_0}{2 \times Cs}$$

On remarque que q_1 est toujours positif étant donné que $2 \times Ce_1 < Cs + Ce_2$ par hypothèse ($Ce_1 < Ce_2 < Cs$) et plus grand que la quantité produite en Cournot. Par contre pour que le joueur 2 produise, il faut que les coûts marginaux vérifient :

$$2 \times Ce_2 - Ce_1 < \frac{Cs}{2}$$

Donc on trouve :

$$p_{dsa} = \frac{(Cs + 2 \times Ce_1 + 2 \times Ce_2)}{4}.$$

L'indice "dsa" pour : duopole Stackelberg asymétrique.

La "valeur" d'un gisement exploité dans la période est respectivement pour les deux joueurs :

$$u_{dsa1} = p_{dsa} - Ce_1 = \frac{(Cs - 2 \times Ce_1 + 2 \times Ce_2)}{4}.$$

et

$$u_{dsa2} = p_{dsa} - Ce_2 = \frac{(Cs + 2 \times Ce_1 - 2 \times Ce_2)}{4}.$$

On calcule les portefeuilles optimaux avec la condition d'égalisation coûts /bénéfices de l'exploration marginale. On norme pour simplifier comme dans le cas du marché concurrentiel : les quantités produites par période q_1 et q_2 sont égales respectivement au volume d'un gisement détenu par 1 et 2. On a donc :

$$N_1 = T_1.$$

et

$$N_2 = T_2.$$

L'optimisation devient :

$$\frac{u_{dsa1}}{(1+r)^{N_1}} = \beta_1.$$

et :

$$\frac{u_{dsa2}}{(1+r)^{N_2}} = \beta_2.$$

où β_1 et β_2 peuvent se calculer à partir de α connaissant q_1 et q_2 soit :

$$\beta_1 = \alpha \times q_1.$$

Et :

$$\beta_2 = \alpha \times q_2.$$

On trouve les portefeuilles optimaux de gisements N_1^* et N_2^* égaux respectivement à :

$$N_1^* = \frac{\log\left(\frac{u_{dsa1}}{\beta_1}\right)}{\log(1+r)}.$$

et :

$$N_2^* = \frac{\log\left(\frac{u_{dsa2}}{\beta_2}\right)}{\log(1+r)}.$$

Les portefeuilles optimaux, comme dans les cas précédents, augmentent avec les écarts $Cs - Ce$ et diminuent avec α et r . L'exploration compense la production et stabilise le portefeuille de chaque joueur à N_1^* et N_2^* gisements.

Constatons donc que le comportement rationnel des firmes en matière de « décisions » d'exploration, conduit à la stationnarité du ratio R/P dans différentes structures de marché. Le portefeuille optimal est nul dans le cas du monopole, maximal dans le cas concurrentiel, intermédiaire en duopole.

Dans tous les cas, le portefeuille optimal :

- augmente quand augmente $C_s - C_e$, l'écart entre le cout du substitut abondant et le cout d'extraction
- diminue quand augmentent le cout d'exploration α et le taux d'actualisation r .

Cela ouvre à une interprétation des niveaux et des variations des ratios R/P présentés en annexe.

Une hypothèse doit d'abord être relâchée : celle qu'une dépense d'exploration α conduit à la découverte d'un seul gisement, de taille toujours identique. Il n'en est pas ainsi en réalité. Comme rappelé ci dessus en commentaire de l'annexe, on remarque que le ratio R/P est généralement plus élevé pour les minerais présents en grands gisement sédimentaires (fer, bauxite, phosphates) que pour les gisements en filon ou amas (beaucoup de métaux de non ferreux). C'est que dans leur cas, une seule campagne d'exploration peut conduire à la découverte de très grands gisements, dont les réserves à elles seules représentent des dizaines d'années de production. C'est moins le cas avec d'autres types de gisements plus petits, concernant d'autres substances.

En dehors de ce paramètre géologique et aléatoire, les variations des ratios R/P s'expliqueraient donc par l'évolution :

- des anticipations sur le cout du substitut abondant C_s , affectées par le progrès technique
- des couts d'exploration : α
- du taux de rentabilité attendu dans l'industrie extractive : r

Tester ce modèle est une piste de recherche praticable si les données techniques et géologiques peuvent être rassemblées.

Conclusions

Dans ce papier, nous avons observé que pour un grand nombre de commodités minérales, le ratio R/P est croissant, décroissant ou irrégulier, mais qu'il descend très rarement en dessous de 30 ans. Il présente sauf exception un ratio écart type / moyenne modéré. La littérature économique issue de Ricardo et de Hotelling, comme les modèles plus récents utilisant la théorie des jeux à champs moyens, ne permettent pas de rendre compte de la stationnarité de ce ratio. Nous proposons de l'expliquer par la stratégie d'exploration des agents.

Pour l'analyser, nous avons élaboré des modèles simples de théorie des jeux qui fondent dans la rationalité des décisions d'exploration des firmes les causes de la stationnarité du ratio R/P. Dans ces modèles, tout agent se demande s'il doit explorer en comparant : i) le coût de découverte à ii) la valeur actuelle d'un nouveau gisement dont la découverte repousse la date d'épuisement de son portefeuille. Cela conduit à une stationnarité du ratio R/P dans toutes les structures de marché. Nous avons de plus introduits des agents hétérogène, possédant des gisements de cout d'extraction différents et ainsi introduit des rentes ricardiennes dans le modèle. En duopole de Stackelberg, l'exploration et l'extraction continuent sur les deux types de gisements, sous réserve d'une différence pas trop grande des couts d'extraction. C'est ce que l'on constate dans les structures de marché de ce type, comme l'extraction du pétrole brut.

Références (à compléter par le nom des revues)

- [1] Achdou, Yves, Giraud, Pierre-Noel , Lasry, Jean-Michel , Lions, Pierre-Louis, *A Long-Term Mathematical Model for Mining Industries*, Applied Mathematics & Optimization, December 2016, Volume 74, Issue 3, pp 579–618
- [2] Azizi, Jamal, (2018), *Management of non-renewable resources: Market equilibrium, socio-economic impacts and potential channels of resource curse -An application to Phosphate Rock. PhD Thesis Mines ParisTech PSL, Hall: <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-02171236/document>*
- [3] Ferreira Da Cunha, Roberto Pougy (2017) : *Unconventional oil and natural gas supplies and the mitigation of climate change* PhD Thesis. CIRED 2017
- [4] Giraud,P.-N. et Olliver, T. *Economie des matières Premières ? La découverte*, ClI. Repères, 2015
- [5] Greiner, A., Semmeler,W. *An economic model of oil exploration and extraction*, (2008).
- [6] Hotelling, Harold, *The Economics of Exhaustible Ressources*, JPE April 1931
- [7] Lafforgue, G. *Croissance durable, ressource épuisable et effort optimal d'exploration*, (2006).
- [8] Ledvina, A. Sircar, R. *Oligopoly Games under Asymmetric Costs and an Application to Energy Production*, (2012).
- [9] Liu, P.T.,Sutinen, J.G. *On the behavior of optimal exploration and extraction rates for non-renewable resource stocks*, (1982).
- [10] Nyambuu, U., Semmler, W. *Trends in the extraction of non-renewable resources : the case of fossil energy*, (2013).
- [11] Pyndick, R. *The Optimal Exploration and Production of Nonrenewable Resources* , (1978).
- [12] Ricardo D. *Des principes de l'économie politique et de l'impôt. (1817)*
- [13] Yaksic, A., Tilton, J.E. *Using the cumulative availability curve to assess the threat of mineral depletion*, (2009).

Table des matières

Introduction	3
Section 2. Faits stylisés : ratios R/P et évolutions des prix.	3
Evolution du ration R/P et des prix depuis les années 50.....	3
Courbe d'offre à long terme (reserve availability curve) et évolution des prix	4
Section 3. Typologie des modèles de commodités minérales	6
Les décisions des firmes	6
L'épuisabilité des ressources minérales.....	7
La descendance de Ricardo	7
Hotelling	8
Les modèles d'exploration des géologues	8
Les jeux à champ moyen	9
Deux familles	9
Section 4. Les modèles d'exploration	10
Modèle 1 : Marché concurrentiel	11
Modèle 2 : Monopole.....	12
Modèle 3 : Duopole Cournot symétrique.....	12
Modèle 4 : Duopole Stackelberg asymétrique	14
Conclusions.....	17
Références (à compléter par les revues).....	18
Table des matières.....	19
Annexe 1	20

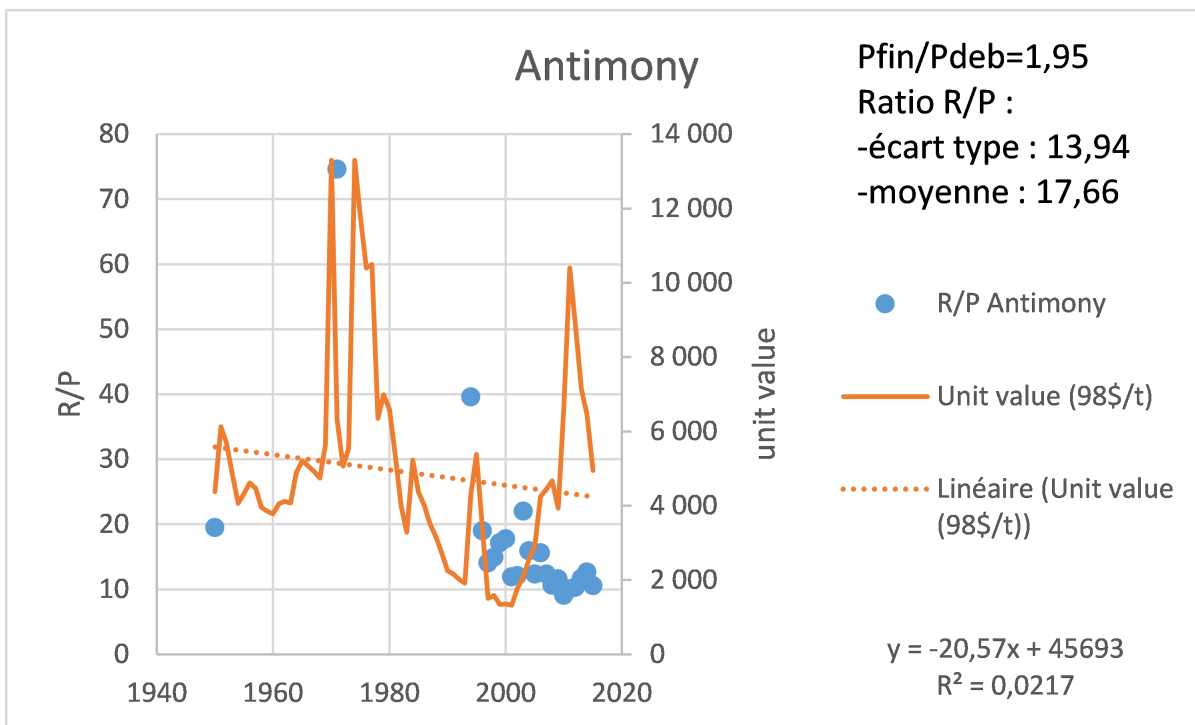
Annexe 1

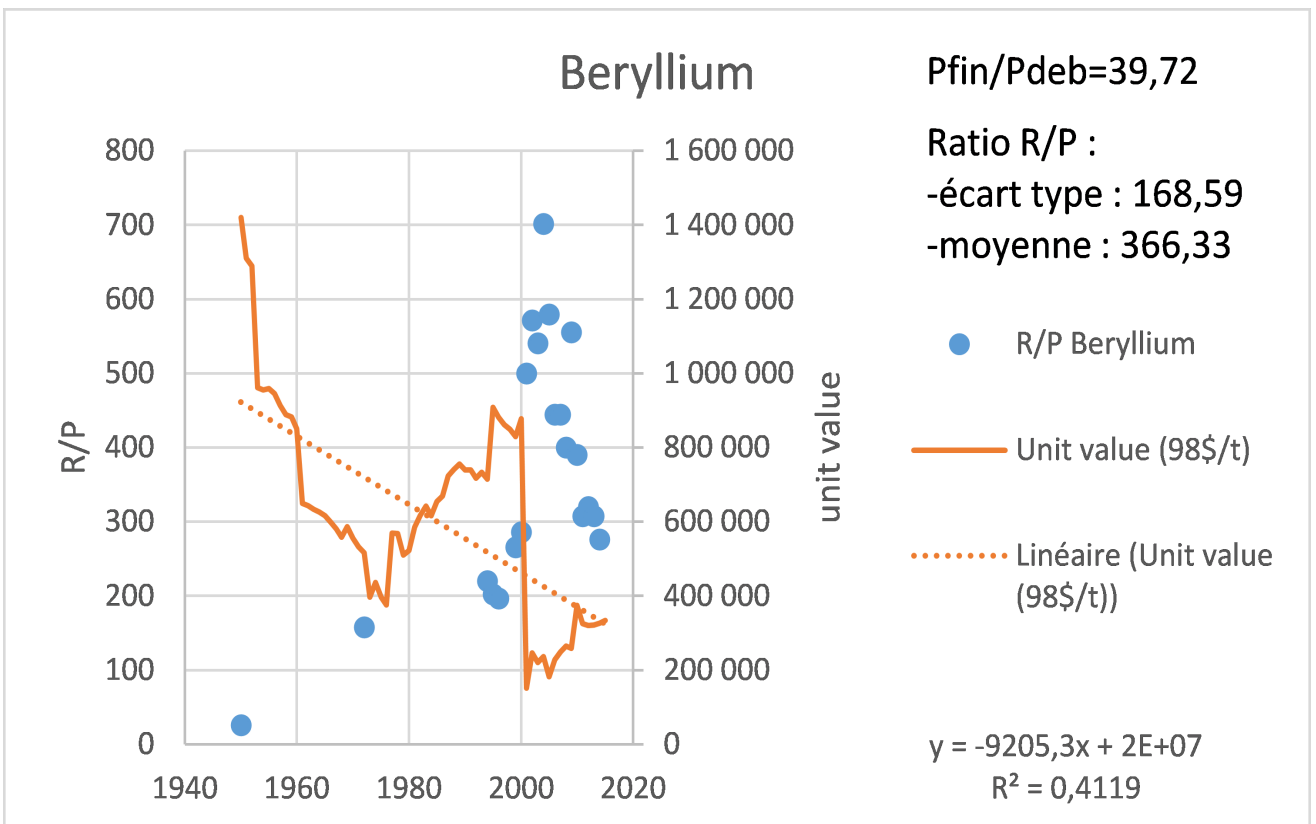
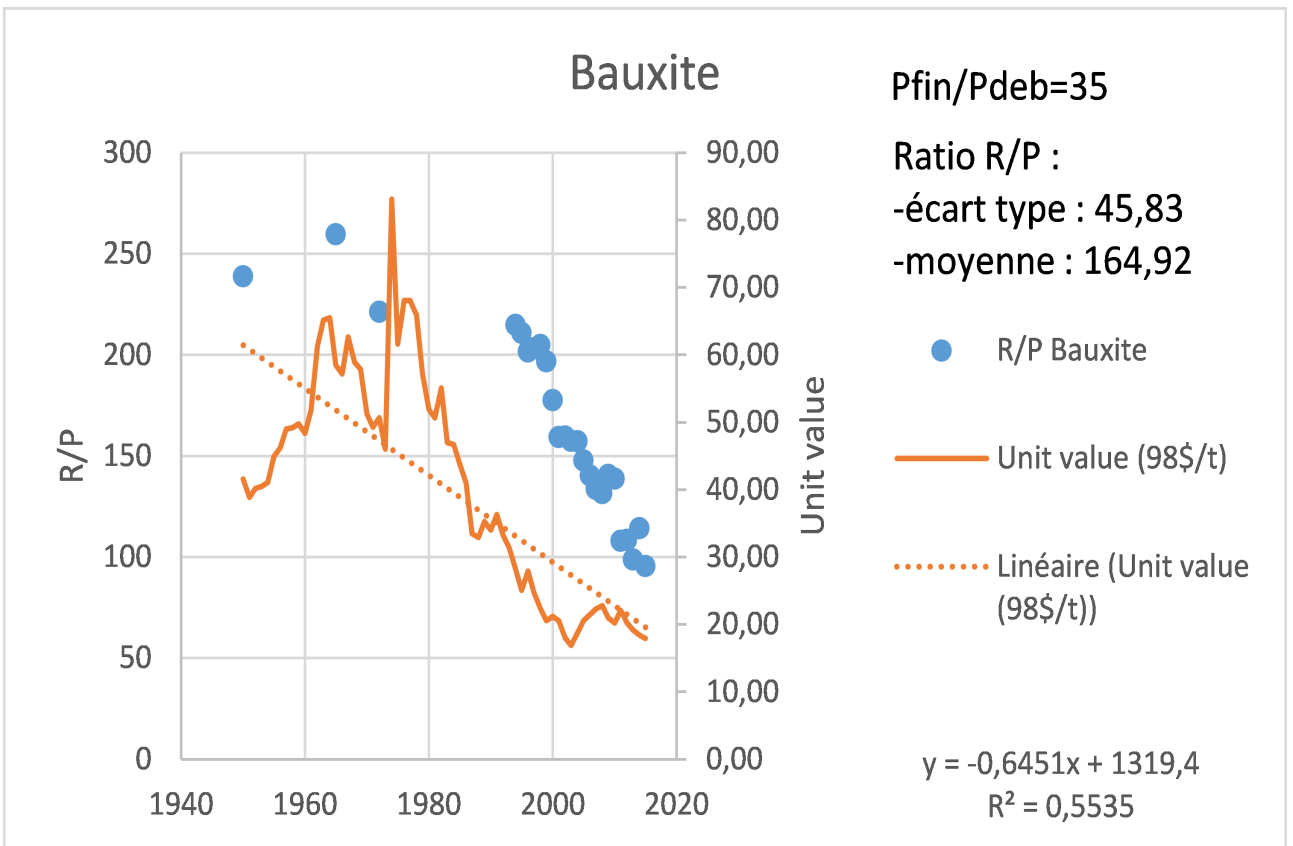
Les graphiques suivants donnent par substance minérale :

- le ratio entre la production en fin de période et en début de période : P_{fin}/P_{deb}
- les ratios R/P, plotés aux années disponibles
- leur moyenne et écart type
- les prix en dollars américains constants
- la tendance linéaire des prix

Les données sont tirées des bases de USGS et USBM

On constate que, dans la plupart des cas, le progrès technique l'a emporté sur l'accroissement des coûts du à la raréfaction des « meilleures » réserves et que la tendance des prix est donc décroissante.





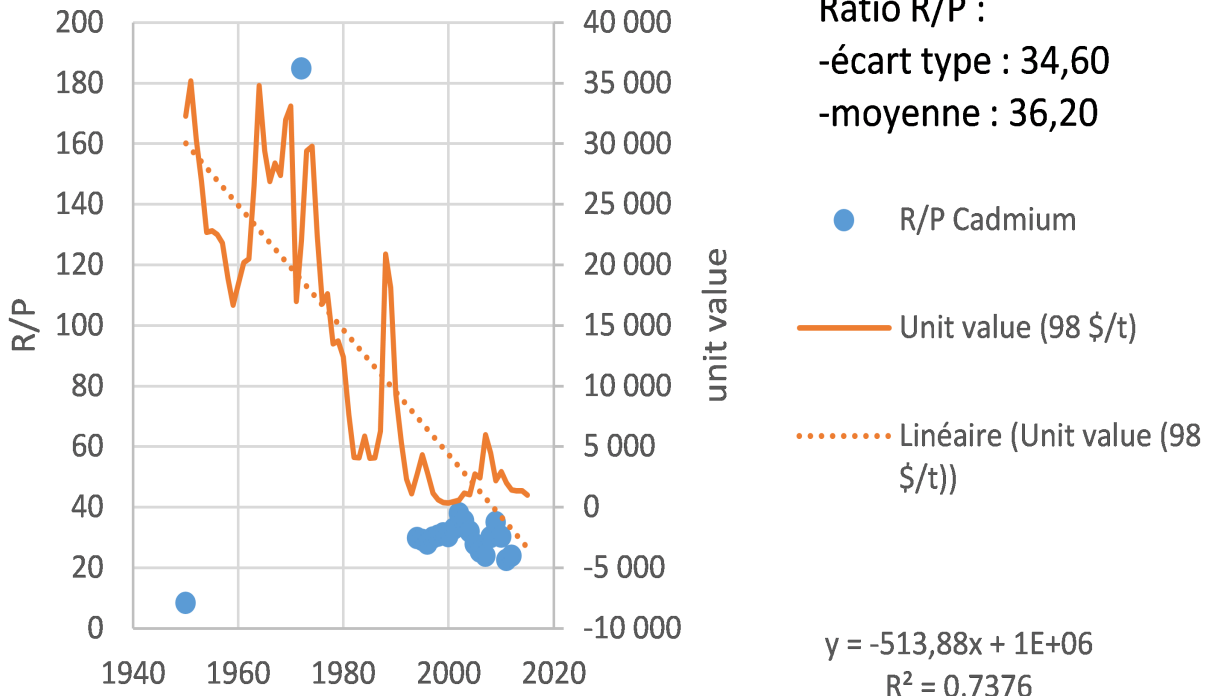
Cadmium

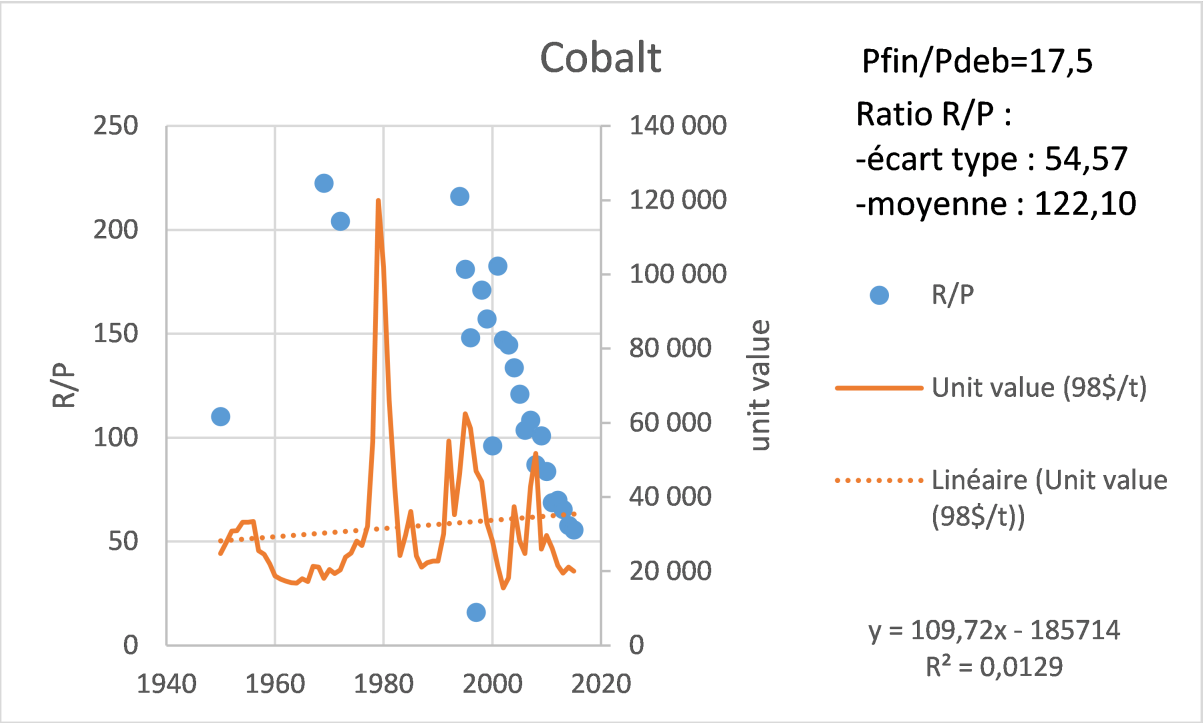
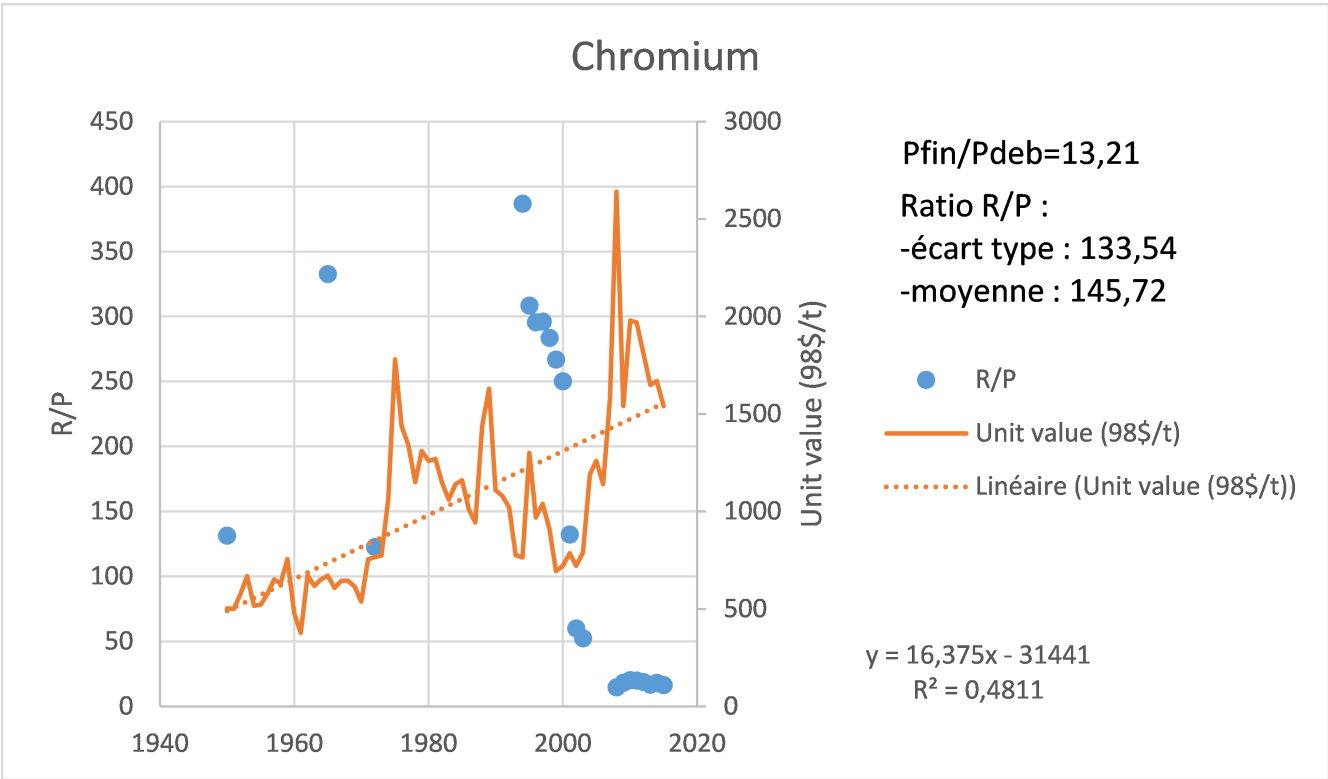
Pfin/Pdeb=1,74

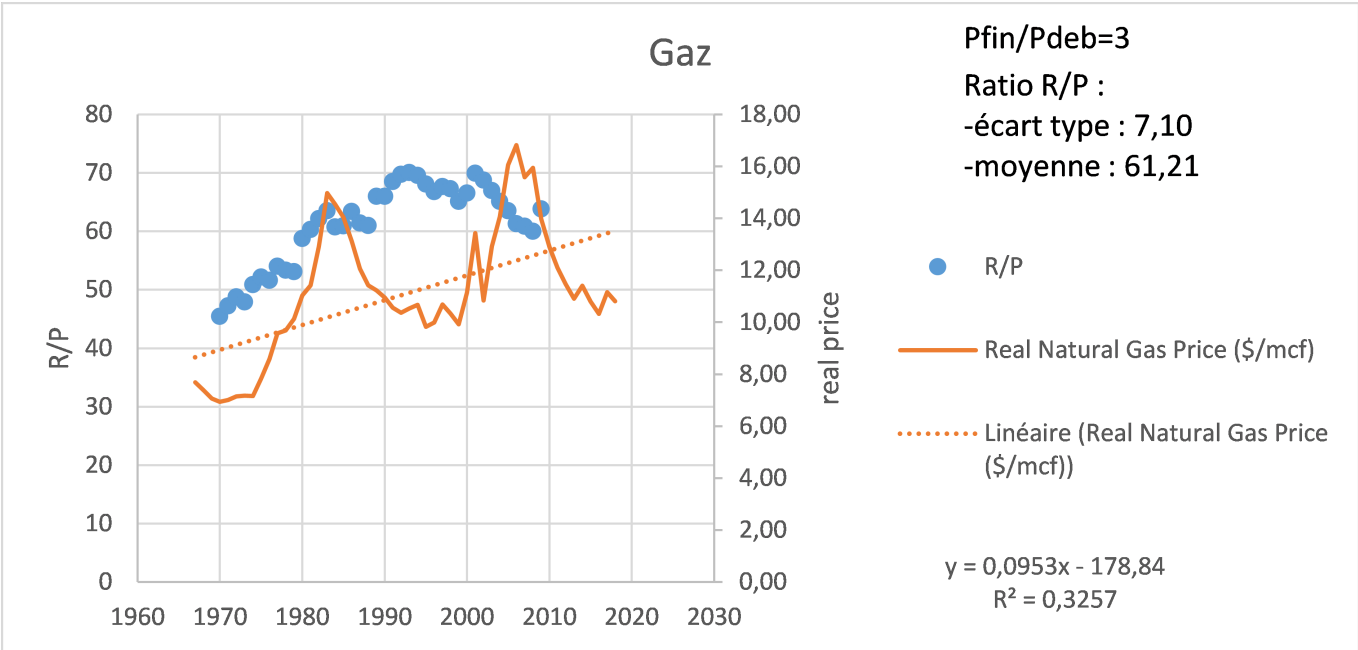
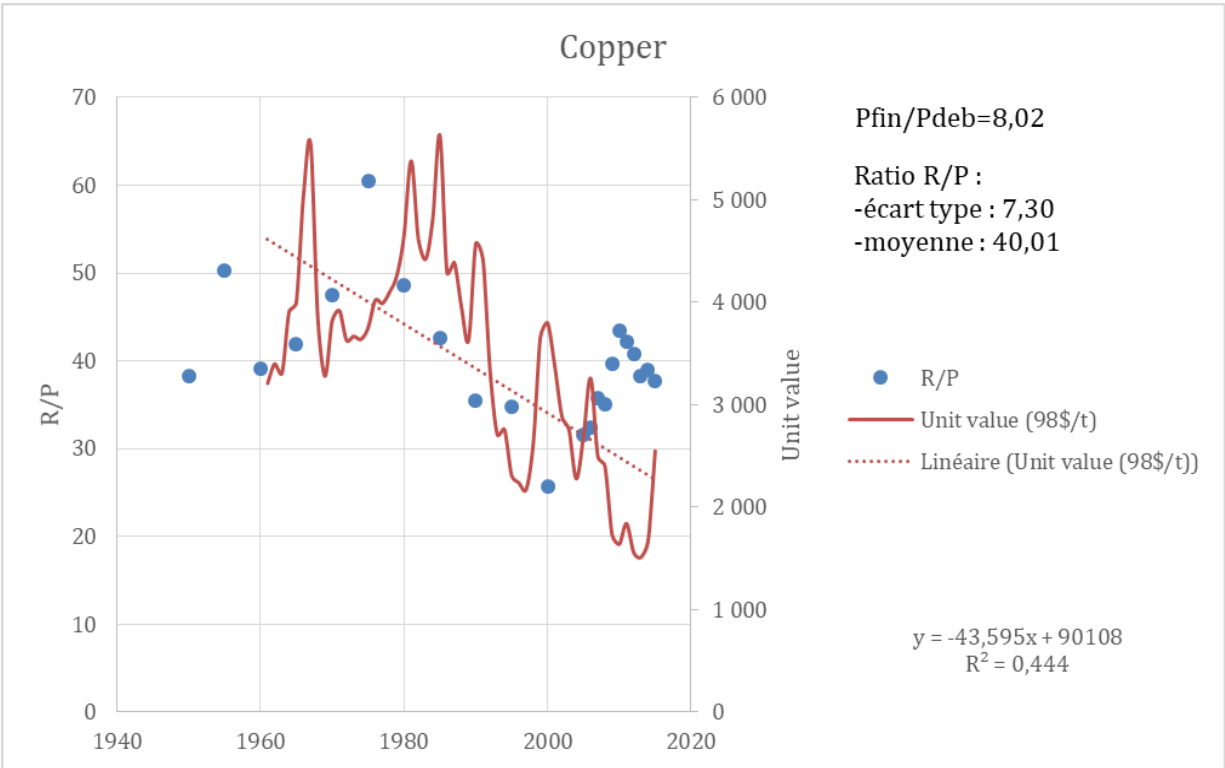
Ratio R/P :

-écart type : 34,60

-moyenne : 36,20







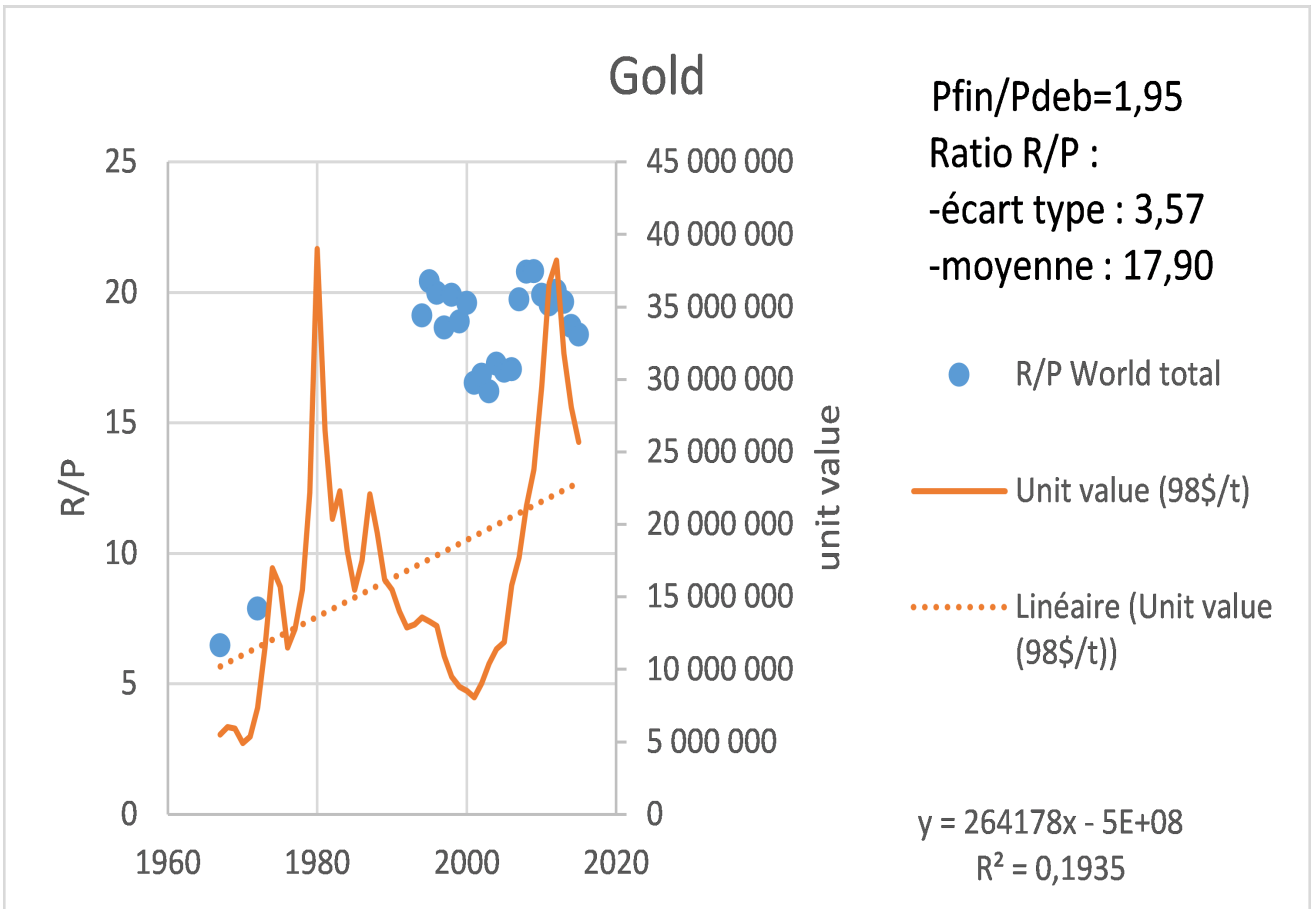


Figure 10 – L'évolution du ratio R/P et du prix en dollar constant pour l'Or

